Woraus wir schon wißen, daß das Erbtheil eines jeden Kindes 900 Rthl. gewesen. Man nehme nun eine von den Gleichungen in der dritten Columne, welche man will, z. E. die erste $900 = 100 + \frac{z-100}{10}$, woraus man z so gleich finden kann; dann $9000 = 1000 + z - 100$ oder $9000 = 900 + z$ also $z = 8100$, dahero wird $\frac{z}{x} = 9$.

Antwort: Also war die Anzahl der Kinder $= 9$ das hinterlaßene Vermögen $= 8100$ Rthl. wovon ein jedes Kind bekommt 900 Rthl.

CAPITEL 4

VON AUFLÖSUNG ZWEYER ODER MEHR GLEICHUNGEN VOM ERSTEN GRAD

43.

Ofters geschieht es, daß zwey oder auch mehr unbekante Zahlen, so durch die Buchstaben x, y, z etc. vorgestellt werden, in die Rechnung gebracht werden müßen, da man dann, wann anders die Frage bestimmt ist, auf eben so viel Gleichungen kommt, aus welchen hernach die unbekanten Zahlen gefunden werden müßen. Hier betrachten wir aber nur solche Gleichungen wo nur die erste Potestät der unbekanten Zahl sich findet, und auch keine mit der andern multiplicirt ist. Also daß eine jede Gleichung von dieser Form seyn wird $az + by + cx = d$.

44.

Wir wollen also den Anfang von zwey Gleichungen machen, und daraus zwey unbekante Zahlen x und y bestimmen, und um die Sache auf eine allgemeine Art zu tractiren, so seyen diese beyde Gleichungen gegeben

$$\text{I.)}\ ax + by = c \quad \text{und} \quad \text{II.)}\ fx + gy = h$$

wo die Buchstaben a, b, c und f, g, h die Stelle bekanter Zahlen vertreten. Hier ist nun die Frage wie man aus diesen beyden Gleichungen die beyden unbekanten Zahlen x und y herausbringen soll.

45.

Der natürlichste Weg bestehet nun darinn, daß man aus einer jeden Gleichung, den Werth von einer unbekanten Zahl als z. E. von x bestimmt und hernach diese beyde Werthe einander gleich setzt; woraus man eine Gleichung erhält, da nur die unbekante Zahl y vorkommt, welche man nach den obigen Reguln bestimmen kann. Hat man nun y gefunden, so darf man nur anstatt desselben seinen gefundenen Werth setzen, um daraus den Werth von x zu erhalten.

46.

Dieser Regel zu Folge findet man aus der ersten Gleichung $x=\frac{c-by}{a}$, aus der andern aber findet man $x=\frac{h-gy}{f}$; diese beyden Werthe setze man einander gleich, so erhält man diese neue Gleichung $\frac{c-by}{a}=\frac{h-gy}{f}$. Mit a multiplicirt, wird $c-by=\frac{ah-agy}{f}$, mit f multiplicirt wird $fc-fby=ah-agy$. Man addire agy so wird $fc-fby+agy=ah$. Man subtrahire fc so wird $-fby+agy=ah-fc$, oder $(ag-bf)y=ah-fc$, man dividire durch $ag-bf$ so wird

$$y=\frac{ah-fc}{ag-bf}.$$

Schreibt man nun diesen Werth für y in einem der beyden, so vor x gefunden worden, so erhält man auch den Werth von x. Man nehme den ersten so hat man erstlich $-by=\frac{-abh+bcf}{ag-bf}$, hieraus wird $c-by=c-\frac{abh-bcf}{ag-bf}$, oder $c-by=\frac{acg-bcf-abh+bcf}{ag-bf}=\frac{acg-abh}{ag-bf}$; durch a dividirt giebt

$$x=\frac{c-by}{a}=\frac{cg-bh}{ag-bf}.$$

47.

I. Frage: Um dieses durch Exempel zu erläutern, so sey diese Frage vorgelegt: Man suche zwey Zahlen deren Summe sey 15 und die Differenz 7?

Es sey die größere Zahl $=x$ und die kleinere $=y$, so hat man

$$\text{I.)}\ x+y=15, \quad \text{und} \quad \text{II.)}\ x-y=7.$$

Aus der ersten bekommt man $x=15-y$ und aus der zweyten $x=7+y$, woraus diese neue Gleichung entspringt $15-y=7+y$, hier addire man y, so hat man $15=7+2y$, man subtrahire 7, so wird $2y=8$, durch 2 dividirt wird $y=4$ und daraus $x=11$.

Antwort: die kleinere Zahl ist 4 die größere aber 11.

48.

II. Frage: Man kann diese Frage auch allgemein machen und zwey Zahlen suchen, deren Summe $=a$ und deren Differenz $=b$ sey.

Es sey die größere $= x$ und die kleinere $= y$, so hat man

$$\text{I.)}\ x + y = a \quad \text{und} \quad \text{II.)}\ x - y = b.$$

Aus der ersten erhält man $x = a - y$ und aus der zweyten $x = b + y$, woraus diese Gleichung entspringt $a - y = b + y$, man addire y, so hat man $a = b + 2y$, man subtrahire b, so kommt $2y = a - b$, durch 2 dividirt wird $y = \frac{a-b}{2}$ und hieraus wird $x = a - \frac{a-b}{2} = \frac{a+b}{2}$.

Antwort: die größere Zahl ist also $x = \frac{a+b}{2}$ und die kleinere $y = \frac{a-b}{2}$; oder da $x = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ und $y = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$, so erhält man diesen Lehrsatz:

Die größere Zahl ist gleich der halben Summe *plus* der halben Differenz, und die kleinere Zahl ist gleich der halben Summe *minus* der halben Differenz.

49.

Man kann auch diese Frage auf folgende Weise auflösen: da die beyden Gleichungen sind $x + y = a$ und $x - y = b$, so addire man dieselben so wird $2x = a + b$ und $x = \frac{a+b}{2}$.

Hernach von der ersten subtrahire man die zweyte, so bekommt man $2y = a - b$ und $y = \frac{a-b}{2}$, wie vorher.

50.

III. Frage: Ein Maul-Esel und ein Esel tragen ein jeder etliche Pud. Der Esel beschwert sich über seine Last und sagt zum Maul-Esel: wann du mir ein Pud von deiner Last gäbest, so hätte ich zwey mal so viel als du; darauf antwortet der Maul-Esel: wann du mir ein Pud von deiner Last gäbest so hätte ich dreymal so viel als du, wie viel Pud hat ein jeder gehabt?

Der Maul-Esel habe gehabt x Pud, der Esel aber y Pud. Giebt nun der Maul-Esel dem Esel ein Pud, so hat der Esel $y + 1$ der Maul-Esel aber behält noch $x - 1$, da nun der Esel zweymal so viel hat als der Maul-Esel so wird $y + 1 = 2x - 2$.

Wann aber der Esel dem Maul-Esel ein Pud giebt, so bekommt der Maul-Esel $x + 1$ und der Esel behält noch $y - 1$. Da nun jene Last dreymal so groß ist als diese, so wird $x + 1 = 3y - 3$.

Also sind unsere zwey Gleichungen

$$\text{I.)}\ y + 1 = 2x - 2, \qquad \text{II.)}\ x + 1 = 3y - 3.$$

Aus der ersten findet man $x = \frac{y+3}{2}$ und aus der andern $x = 3y - 4$, woraus diese neue Gleichung entspringt $\frac{y+3}{2} = 3y - 4$, welche mit 2 multiplicirt giebt $y + 3 = 6y - 8$ und y subtrahirt kommt $5y - 8 = 3$, addire 8 so hat man $5y = 11$ und $y = \frac{11}{5}$ oder $2\frac{1}{5}$; hieraus $x = 2\frac{3}{5}$.

Antwort: Also hat der Maul-Esel gehabt $2\frac{3}{5}$ Pud der Esel aber $2\frac{1}{5}$ Pud.

51.

Hat man drey unbekante Zahlen, und eben so viel Gleichungen, als z. E.

I.) $x + y - z = 8$, II.) $x + z - y = 9$, III.) $y + z - x = 10$,

so suche man ebenfals aus einer jeden den Werth von x, aus der

I.) $x = 8 + z - y$, II.) $x = 9 + y - z$, III.) $x = y + z - 10$.

Nun setze man erstlich den ersten gleich dem andern, und hernach auch gleich dem dritten so erhält man diese zwey neue Gleichungen:

I.) $8 + z - y = 9 + y - z$, II.) $8 + z - y = y + z - 10$.

Es folgt aber aus der ersten $2z - 2y = 1$, und aus der zweyten $2y = 18$, und da erhält man so gleich $y = 9$, welcher Werth in der vorhergehenden vor y geschrieben, giebt $2z - 18 = 1$ und $2z = 19$, dahero $z = 9\frac{1}{2}$, woraus gefunden wird $x = 8\frac{1}{2}$.

Hier hat es sich gefüget, daß in der letzten Gleichung der Buchstaben z verschwunden, und also y so gleich daraus bestimmt werden konnte. Wäre aber z auch noch darinnen vorgekommen, so hätte man zwey Gleichungen gehabt zwischen z und y, welche nach der ersten Regel aufgelöst werden müßten.

52.

Es seyen die drey folgenden Gleichungen gefunden worden,

I.) $3x + 5y - 4z = 25$, II.) $5x - 2y + 3z = 46$, III.) $3y + 5z - x = 62$.

Man suche aus einer jeden den Werth von x, so hat man

I.) $x = \frac{25 - 5y + 4z}{3}$, II.) $x = \frac{46 + 2y - 3z}{5}$, III.) $x = 3y + 5z - 62$.

Nun vergleiche man diese drey Werthe unter sich, so giebt der IIIte und Ite $3y + 5z - 62 = \frac{25 - 5y + 4z}{3}$, oder mit 3 multiplicirt

$$25 - 5y + 4z = 9y + 15z - 186,$$

addire 186, so kommt $211 - 5y + 4z = 9y + 15z$, $5y$ addirt giebt $211 + 4z = 14y + 15z$, also aus I und III erhält man $211 = 14y + 11z$.

Die IIte und IIIte giebt $3y + 5z - 62 = \frac{46 + 2y - 3z}{5}$ oder

$$46 + 2y - 3z = 15y + 25z - 310$$

und man findet aus dieser Gleichung $356 = 13y + 28z$.

Aus einer jeden dieser beyden Gleichungen suche man den Werth für y.

I.) $211 = 14y + 11z$, wo $11z$ subtrahirt, bleibt

$$14y = 211 - 11z \quad \text{oder} \quad y = \frac{211 - 11z}{14}$$

II.) $356 = 13y + 28z$, wo $28z$ subtrahirt, bleibt

$$13y = 356 - 28z \quad \text{oder} \quad y = \frac{356 - 28z}{13}$$

diese zwey Werthe einander gleich gesetzt, geben:

$$\frac{211 - 11z}{14} = \frac{356 - 28z}{13},$$

mit $13 \cdot 14$ multiplicirt wird $2743 - 143z = 4984 - 392z$ und $392z$ addirt, giebt

$$249z + 2743 = 4984 \quad \text{oder} \quad 249z = 2241 \quad \text{und also} \quad z = 9.$$

Hieraus erhält man $y = 8$ und endlich $x = 7$.

53.

Solten mehr als drey unbekante Zahlen, und eben so viel Gleichungen vorkommen, so könnte man die Auflösung auf eine ähnliche Art anstellen, welches gemeiniglich auf verdrießliche Rechnungen leiten würde.

Es pflegen sich aber bey einem jeglichen Fall solche Mittel zu äußern, wodurch die Auflößung ungemein erleichtert wird, und solches geschieht, indem man außer den Haupt unbekanten Zahlen noch eine neue willkührliche, als z. E. die Summe aller in die Rechnung mit einführet, welches von einem der sich in dergleichen Rechnungen schon ziemlich geübet hat, in einem jeglichen Fall leicht beurtheilet wird. Zu diesem Ende wollen wir einige dergleichen Exempeln anführen.

54.

IV. Frage: Drey spielen mit einander, im ersten Spiel verliert der erste an jeden der beyden andern so viel, als ein jeder von den zwey andern an Gelde bey sich hatte. Im andern Spiel verliert der zweyte an den ersten und dritten so viel als ein jeder hat. Im dritten Spiel verliert der dritte an den ersten und zweyten so viel ein jeder hatte, und da findet es sich, daß alle nach geendigtem Spiel gleich viel haben, ein jeder nemlich 24 Fl. Nun ist die Frage, wie viel ein jeder anfänglich gehabt habe?

Man setze der erste habe gehabt x Fl. der zweyte y und der dritte z. Ueber dieses setze man die Summe aller Fl. zusammen $x+y+z=s$. Da nun im ersten Spiel der erste so viel verliert als die beyden andern haben, und der erste x hat, so haben die beyden andern $s-x$, und so viel verliert der erste, daher ihm noch übrig bleiben $2x-s$; der zweyte aber wird haben $2y$ und der dritte $2z$.

Also nach dem ersten Spiel wird ein jeder haben wie folget;

der I.) $2x-s$, der II.) $2y$, der III.) $2z$.

Im zweyten Spiel verliert der andere, der nun $2y$ hat, an die beyden andern, so viel als sie haben, oder $s-2y$. Dahero der zweyte noch behält $4y-s$; die beyden andern aber werden zweymal so viel haben als vorher.

Also nach dem zweyten Spiel wird haben:

der I.) $4x-2s$, der II.) $4y-s$, der III.) $4z$.

Im dritten Spiel verliert der dritte, der jetzt $4z$ hat, an die andern beyde so viel sie haben, sie haben aber $s-4z$; also behält der dritte noch $8z-s$ und die beyden übrigen bekommen doppelt so viel als sie hatten.

Also wird nach dem dritten Spiel ein jeder haben:

der I.) $8x-4s$, der II.) $8y-2s$, und der III.) $8z-s$;

da nun jetzt ein jeder 24 Fl. hat, so erhalten wir drey Gleichungen welche so beschaffen sind, daß man aus der ersten so gleich x, aus der andern y und aus der dritten z finden kann, insonderheit da jetzt s eine bekante Zahl ist, indem alle zusammen am Ende des Spiels 72 Fl. haben. Allein dieses wird sich von selbsten geben, ohne daß man nöthig habe darauf zu sehen.

Diese Rechnung wird demnach also stehen:

$$\text{I.)}\ 8x - 4s = 24, \quad \text{oder} \quad 8x = 24 + 4s, \quad \text{oder} \quad x = 3 + \tfrac{1}{2}s$$

$$\text{II.)}\ 8y - 2s = 24, \quad \text{oder} \quad 8y = 24 + 2s, \quad \text{oder} \quad y = 3 + \tfrac{1}{4}s$$

$$\text{III.)}\ 8z - s = 24, \quad \text{oder} \quad 8z = 24 + s, \quad \text{oder} \quad z = 3 + \tfrac{1}{8}s$$

Man addire diese 3 Werthe, so bekommt man

$$x + y + z = 9 + \tfrac{7}{8}s,$$

da nun $x + y + z = s$, so hat man $s = 9 + \frac{7}{8}s$; $\frac{7}{8}s$ subtrahirt bleibt $\frac{1}{8}s = 9$, und $s = 72$.

Antwort: Also vom Anfang des Spiels hatte der erste 39 Fl. der zweyte 21 Fl. und der dritte 12.

Aus dieser Auflösung sieht man, wie durch Hülfe der Summe der drey unbekanten Zahlen alle oben angeführte Schwierigkeiten glücklich aus dem Weg geräumet worden.

55.

So schwer diese Frage scheinet, so ist doch zu mercken daß dieselbe so gar ohne Algebra aufgelößt werden kann.

Man darf nur in Betrachtung derselben rückwerts gehen: dann da die drey Personen nach dem dritten Spiel gleich viel bekommen haben, nemlich der erste 24, der zweyte 24, der dritte 24; im dritten Spiel aber der erste und zweyte ihr Geld verdoppelt haben, so müßen sie vor dem dritten Spiel gehabt haben, wie folget:

I.) 12, II.) 12, III.) 48.

Im zweyten Spiel hat der erste und dritte sein Geld verdoppelt, also müßen sie vor dem zweyten Spiel gehabt haben:

I.) 6, II.) 42, III.) 24.

Im ersten Spiel hatte der zweyte und dritte sein Geld verdoppelt, also vor dem ersten Spiel haben sie gehabt:

I.) 39, II.) 21, III.) 12

und eben so viel haben wir auch vorher für den Anfang des Spiels gefunden.

56.

V. Frage: Zwey Personen sind schuldig 29 Rub. und es hat zwar ein jeder Geld, doch nicht so viel, daß er diese gemeinschaftliche Schuld allein bezahlen könnte; darum spricht der erste zu dem andern: giebst du mir $\frac{2}{3}$ deines Geldes so könnte ich die Schuld so gleich allein bezahlen; der andere antwortet dagegen: gieb du mir $\frac{3}{4}$ deines Gelds so könnt ich die Schuld allein bezahlen; wie viel Geld hat jeder gehabt?

Der erste habe gehabt x Rub. der andere y Rub. Also bekommt man erstlich $x + \frac{2}{3}y = 29$, hernach auch $y + \frac{3}{4}x = 29$. Aus dem ersten findet man $x = 29 - \frac{2}{3}y$, aus dem zweyten $x = \frac{116 - 4y}{3}$.

Aus diesen beyden Werthen entsteht diese Gleichung:

$$29 - \frac{2}{3}y = \frac{116 - 4y}{3}, \text{ also } y = 14\frac{1}{2}; \text{ dahero wird } x = 19\frac{1}{3}.$$

Antwort: der erste hat gehabt $19\frac{1}{3}$ der zweyte $14\frac{1}{2}$ Rub.

57.

VI. Frage: Drey haben ein Haus gekauft für 100 Rthl. der erste begehrt vom andern $\frac{1}{2}$ seines Gelds so könnte er das Haus allein bezahlen; der andere begehrt vom dritten $\frac{1}{3}$ seines Geldes, so könnte er das Haus allein bezahlen. Der dritte begehrt vom ersten $\frac{1}{4}$ seines Gelds so möchte er das Haus allein bezahlen. Wie viel hat jeder Geld gehabt?

Der erste habe gehabt x, der zweyte y, der dritte z Rthl. so bekommt man folgende drey Gleichungen

$$\text{I.) } x + \frac{1}{2}y = 100. \qquad \text{II.) } y + \frac{1}{3}z = 100. \qquad \text{III.) } z + \frac{1}{4}x = 100$$

aus welchen der Werth von x gefunden wird:

$$\text{I.) } x = 100 - \frac{1}{2}y, \qquad \text{III.) } x = 400 - 4z$$

hier konnte nemlich aus der zweyten Gleichung x nicht bestimmt werden.

Die beyden Werthe aber geben diese Gleichung:

$$100 - \frac{1}{2}y = 400 - 4z \qquad \text{oder} \qquad 4z - \frac{1}{2}y = 300$$

welche mit der zweyten verbunden werden muß, um daraus y und z zu finden. Nun aber war die zweyte Gleichung $y + \frac{1}{3}z = 100$; woraus gefunden wird $y = 100 - \frac{1}{3}z$; aus der oben gefundenen Gleichung $4z - \frac{1}{2}y = 300$ aber ist bekannt $y = 8z - 600$ woraus diese letzte Gleichung entspringt: $100 - \frac{1}{3}z = 8z - 600$, also $8\frac{1}{3}z = 700$, oder $\frac{25}{3}z = 700$, und $z = 84$; hieraus findet man $y = 100 - 28$, oder $y = 72$, und endlich $x = 64$.

Antwort: der erste hat gehabt 64 Rthl. der zweyte 72 Rthl. der dritte 84 Rthl.

58.

Da bey diesem Exempel in einer jeden Gleichung nur zwey unbekante Zahlen vorkommen, so kann die Auflößung auf eine bequemere Art angestellet werden.

Dann man suche aus der ersten $y = 200 - 2x$, welches also durch x bestimmt wird, diesen Werth schreibe man vor y in der zweyten Gleichung, so hat man $200 - 2x + \frac{1}{3}z = 100$, 100 subtrahirt so bleibt $100 - 2x + \frac{1}{3}z = 0$, oder $\frac{1}{3}z = 2x - 100$ und $z = 6x - 300$.

Also ist auch z durch x bestimmt: diesen Werth bringe man nun in die dritte Gleichung, so kommt $6x - 300 + \frac{1}{4}x = 100$, in welcher nur x allein vorkommt und allso

$$25x - 1600 = 0$$

dahero $x = 64$, folglich $y = 200 - 128 = 72$ und $z = 384 - 300 = 84$.

59.

Eben so kann man verfahren wann auch mehr solche Gleichungen vorkommen, also wann man auf eine allgemeine Art hat:

$$\text{I.)}\ u + \frac{x}{a} = n, \quad \text{II.)}\ x + \frac{y}{b} = n, \quad \text{III.)}\ y + \frac{z}{c} = n, \quad \text{IV.)}\ z + \frac{u}{d} = n$$

oder nach dem man die Brüche weggebracht diese:

$$\text{I.)}\ au + x = an, \quad \text{II.)}\ bx + y = bn, \quad \text{III.)}\ cy + z = cn, \quad \text{IV.)}\ dz + u = dn.$$

Hier bekommen wir aus der ersten $x = an - au$, welcher Werth in der zweyten giebt $abn - abu + y = bn$ allso $y = bn - abn + abu$; dieser Werth in der dritten giebt

$$bcn - abcn + abcu + z = cn \quad \text{also} \quad z = cn - bcn + abcn - abcu;$$

dieser endlich in der vierten Gleichung giebt

$$cdn - bcdn + abcdn - abcdu + u = dn.$$

Also wird

$$dn - cdn + bcdn - abcdn = - abcdu + u \quad \text{oder}$$

$$(abcd - 1)\ u = abcdn - bcdn + cdn - dn$$

woraus man erhält

$$u = \frac{abcdn - bcdn + cdn - dn}{abcd - 1} = n\,\frac{(abcd - bcd + cd - d)}{abcd - 1}$$

Hieraus findet man ferner wie folget

$$x = \frac{abcdn - acdn + adn - an}{abcd - 1} = n.\frac{(abcd - acd + ad - a)}{abcd - 1}$$

$$y = \frac{abcdn - abdn + abn - bn}{abcd - 1} = n.\frac{(abcd - abd + ab - b)}{abcd - 1}$$

$$z = \frac{abcdn - abcn + bcn - cn}{abcd - 1} = n.\frac{(abcd - abc + bc - c)}{abcd - 1}$$

$$u = \frac{abcdn - bcdn + cdn - dn}{abcd - 1} = n.\frac{(abcd - bcd + cd - d)}{abcd - 1}$$

60.

VII. Frage: Ein Hauptmann hat drey Compagnien Soldaten. In einer sind Schweitzer, in der andern Schwaben, in der dritten Sachsen; mit diesen will er eine Stadt bestürmen und verspricht zur Belohnung 901 Rthl. also auszutheilen:

Daß von der Compagnie, die den Sturm thut, ein jeder 1 Rthl. bekommen, das übrige Geld aber unter die beyden andern Compagnien gleich vertheilet werden soll.

Nun findet es sich, daß wann die Schweitzer den Sturm thäten, ein jeder von den beyden andern $\frac{1}{2}$ Rthl. bekäme; wann aber die Schwaben den Sturm thäten, ein jeder der beyden andern $\frac{1}{3}$ Rthl. bekommen würde. Thäten aber die Sachsen den Sturm so würde ein jeder der beiden andern $\frac{1}{4}$ Rthl. bekommen. Nun ist die Frage, aus wie viel Köpfen eine jede Compagnie bestanden?

Man setze nun, die Zahl der Schweitzer sey gewesen x Köpfe, der Schwaben y und der Sachsen z. Ferner setze man die Anzahl aller $x+y+z=s$ weil leicht vorher zu sehen, daß dadurch die Rechnung gar sehr erleichtert wird. Dann wann die Schweitzer den Sturm thun, deren Anzahl $=x$, so ist die Zahl der beyden übrigen $=s-x$, da nun jene 1 Rthl. diese aber einen halben Rthl. bekommen, so wird $x+\frac{1}{2}s-\frac{1}{2}x=901$. Eben so wann die Schwaben Sturm lauffen, so wird $y+\frac{1}{3}s-\frac{1}{3}y=901$, und endlich wann die Sachsen Sturm lauffen, so wird $z+\frac{1}{4}s-\frac{1}{4}z=901$ seyn. Aus welchen drey Gleichungen ein jeder der drey Buchstaben x, y und z bestimmt werden kann.

Dann aus der ersten erhält man $x=1802-s$, aus der andern $2y=2703-s$, aus der dritten $3z=3604-s$.

Nun schreibe man dieselben unter einander; suche aber erstlich die Werthe von $6x$, $6y$, und $6z$.

$$\begin{aligned} 6x &= 10812-6s\\ 6y &= 8109-3s\\ 6z &= 7208-2s\\ \hline \text{addirt: } 6s &= 26129-11s \qquad \text{oder} \qquad 17s=26129 \end{aligned}$$

woraus gefunden wird $s=1537$ welches die Anzahl aller Köpfe ist und daraus findet man ferner:

$$\begin{aligned} x &= 1802-1537 = 265\\ 2y &= 2703-1537=1166 \text{ und } y=583\\ 3z &= 3604-1537=2067 \text{ und } z=689 \end{aligned}$$

Antwort: die Compagnie der Schweitzer bestand also aus 265 Mann, die Schwaben aus 583, und die Sachsen aus 689 Mann.

CAPITEL 5

VON DER AUFLÖSUNG DER REINEN QUADRATISCHEN GLEICHUNGEN

61.

Eine Gleichung wird Quadratisch genennt, wann darin das Quadrat oder die zweyte Potestät der unbekanten Zahl vorkommt, wann sich nur keine höhere Potestäten davon darinn befinden. Dann sollte darin auch die dritte