so ist für unsern Fall $a = 8$ und $\sqrt{b} = 2\sqrt{15}$ folglich $b = 60$ dahero $c = 2$, hieraus bekommen wir $\sqrt{(8 + 2\sqrt{15})} = \sqrt{5} + \sqrt{3}$, und $\sqrt{(8 - 2\sqrt{15})} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$. Da wir nun gefunden haben $\sqrt{p} = 1$, $\sqrt{q} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$ und $\sqrt{r} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$, so werden die vier Werthe für x, da wir wißen daß derselben Product positiv seyn muß, folgender Gestalt beschaffen seyn:

$$\text{I.)}\quad x = \sqrt{p} + \sqrt{q} + \sqrt{r} = 1 + \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} = 1 + \sqrt{5}$$

$$\text{II.)}\quad x = \sqrt{p} - \sqrt{q} - \sqrt{r} = 1 - \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} = 1 - \sqrt{5}$$

$$\text{III.)}\quad x = -\sqrt{p} + \sqrt{q} - \sqrt{r} = -1 + \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{3}}{2} = -1 + \sqrt{3}$$

$$\text{IV.)}\quad x = -\sqrt{p} - \sqrt{q} + \sqrt{r} = -1 - \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{3}}{2} = -1 - \sqrt{3}.$$

Da nun für die gegebene Gleichung $y = x + 2$ war, so sind die vier Wurzeln derselben

$$\text{I.)}\quad y = 3 + \sqrt{5},$$

$$\text{II.)}\quad y = 3 - \sqrt{5},$$

$$\text{III.)}\quad y = 1 + \sqrt{3},$$

$$\text{IV.)}\quad y = 1 - \sqrt{3}.$$

CAPITEL 16

VON DER AUFLÖSUNG DER GLEICHUNGEN DURCH DIE NÄHERUNG

223.

Wann die Wurzeln einer Gleichung nicht rational sind, dieselben mögen nun durch Wurzel-Zeichen ausgedrückt werden können oder nicht, wie bey den höhern Gleichungen geschiehet, so muß man sich begnügen den Werth derselben durch Näherungen zu bestimmen, dergestalt, daß man dem wahren Werth derselben immer näher komme, bis der Fehler endlich vor nichts zu achten. Es sind zu diesem Ende verschiedene Mittel erfunden worden, wovon wir die vornehmsten hier erklären wollen.

224.

Das erste Mittel besteht darinn, daß man den Werth einer Wurzel schon ziemlich genau erforscht habe, also daß man wiße daß derselbe z. E. größer sey als 4, und doch kleiner als 5. Alsdann setze man den Werth der Wurzel $= 4 + p$, da dann p gewis einen Bruch bedeuten wird; ist aber p ein Bruch und also kleiner als 1, so ist das Quadrat von p, der Cubus und eine jegliche höhere Potestät noch weit kleiner, dahero man dieselbe aus der Rechnung weglaßen kann, weil es doch nur auf eine Näherung ankommt. Hat man nun weiter diesen Bruch p nur beynahe bestimmt, so erkennt man die Wurzel $4 + p$ schon genauer; hieraus erforscht man gleicher gestalt einen noch genauern Werth, und geht solchergestalt so weit fort, bis man der Wahrheit so nahe gekommen als man wünschet.

225.

Wir wollen dieses zuerst durch ein leichtes Exempel erläutern, und die Wurzel dieser Gleichung $xx = 20$ durch Näherungen bestimmen.

Hier sieht man nun daß x größer ist als 4 und doch kleiner als 5, dahero setze man $x = 4 + p$, so wird $xx = 16 + 8p + pp = 20$; weil aber pp sehr klein ist, so laße man dieses Glied weg, um diese Gleichung zu haben $16 + 8p = 20$, oder $8p = 4$, daraus wird $p = \frac{1}{2}$ und $x = 4\frac{1}{2}$ welches der Wahrheit schon weit näher kommt; man setze dahero ferner $x = 4\frac{1}{2} + p$ so ist man gewis, daß p ein noch weit kleinerer Bruch seyn werde, als vorher; dahero pp jetzt mit größerm Recht weggelaßen werden könne. Man wird also haben $xx = 20\frac{1}{4} + 9p = 20$, oder $9p = -\frac{1}{4}$, und also $p = -\frac{1}{36}$, folglich $x = 4\frac{1}{2} - \frac{1}{36} = 4\frac{17}{36}$. Wollte man der Wahrheit noch näher kommen, so setze man $x = 4\frac{17}{36} + p$, so bekommt man $xx = 20\frac{1}{1296} + 8\frac{34}{36}p = 20$; dahero $8\frac{34}{36}p = -\frac{1}{1296}$ mit 36 multiplicirt kommt $322p = -\frac{36}{1296} = -\frac{1}{36}$ und daraus wird $p = -\frac{1}{36 \cdot 322} = -\frac{1}{11592}$, folglich $x = 4\frac{17}{36} - \frac{1}{11592} = 4\frac{5473}{11592}$, welcher Werth der Wahrheit so nahe kommt, daß der Fehler sicher als nichts angesehen werden kann.

226.

Um dieses allgemeiner zu machen, so sey gegeben diese Gleichung $xx = a$ und man wiße schon daß x größer ist als n, doch aber kleiner als $n + 1$;

man setze allso $x = n + p$, also daß p ein Bruch seyn muß, und dahero pp als sehr klein verworfen werden kann, daraus bekommt man

$$xx = nn + 2np = a,$$

also $2np = a - nn$ und $p = \frac{a - nn}{2n}$, folglich $x = n + \frac{a - nn}{2n} = \frac{nn + a}{2n}$. Kam nun n der Wahrheit schon nahe, so kommt dieser neue Werth $\frac{nn + a}{2n}$ der Wahrheit noch weit näher. Diesen setze man von neuem für n, so wird man der Wahrheit noch näher kommen, und wann man diesen neuern Werth nochmahl für n setzet, so wird man noch näher zutreffen; und solchergestalt kann man fortgehen so weit man will.

Es sey z. E. $a = 2$, oder man verlangt die Quadrat-Wurzel aus 2 zu wißen: hat man nun dafür schon einen ziemlich nahen Werth gefunden welcher n gesetzt werde, so wird $\frac{nn + 2}{2n}$ einen noch näheren Werth geben. Es sey dahero

I.) $n = 1$ so wird $x = \frac{3}{2}$,

II.) $n = \frac{3}{2}$ so wird $x = \frac{17}{12}$,

III.) $n = \frac{17}{12}$ so wird $x = \frac{577}{408}$,

welcher letztere Werth dem $\sqrt{2}$ schon so nahe kommt, daß das Quadrat davon $= \frac{332929}{166464}$ nur um $\frac{1}{166464}$ größer ist als 2.

227.

Eben so kan man verfahren, wann die Cubic-Wurzel oder eine noch höhere Wurzel durch die Näherung gefunden werden soll.

Es sey gegeben diese Cubische Gleichung $x^3 = a$ oder man verlange $\sqrt[3]{a}$ zu finden; dieselbe sey nun bey nahem $= n$ und man setze $x = n + p$; so wird, wann man pp und die höhern Potestäten davon wegläßt,

$$x^3 = n^3 + 3nnp = a,$$

dahero $3nnp = a - n^3$ und $p = \frac{a - n^3}{3nn}$: folglich $x = \frac{2n^3 + a}{3nn}$. Kommt also n dem $\sqrt[3]{a}$ schon nahe, so kommt diese Form noch weit näher. Setzt man nun diesen neuen Werth wiederum für n so wird diese Formel der Wahrheit noch weit näher kommen, und so kann man fortgehen so weit als man will. Es sei z. E. $x^3 = 2$ oder man verlange $\sqrt[3]{2}$ zu finden, welchem die Zahl n schon ziemlich nahe komme, so wird diese Formel $x = \frac{2n^3+2}{3nn}$ noch näher kommen; also setze man:

$$\text{I.)}\ n = 1 \ \text{ so wird } x = \tfrac{4}{3}$$

$$\text{II.)}\ n = \tfrac{4}{3} \ \text{ so wird } x = \tfrac{91}{72}$$

$$\text{III.)}\ n = \tfrac{91}{72} \ \text{ so wird } x = \tfrac{1126819}{894348}\text{ [1]}$$

228.

Diese Methode kann mit gleichem Fortgang gebraucht werden um die Wurzel aus allen Gleichungen durch Näherungen zu finden. Es sey zu diesem Ende die folgende allgemeine Cubische Gleichung gegeben

$$x^3 + axx + bx + c = 0,$$

wo n einer Wurzel derselben schon ziemlich nahe kommt; man setze daher $x = n - p$ und da p ein Bruch seyn wird, so laße man pp und die höhern Potestäten davon weg; solcher gestalt bekommt man $xx = nn - 2np$ und $x^3 = n^3 - 3nnp$, woraus diese Gleichung entsteht:

$$n^3 - 3nnp + ann - 2anp + bn - bp + c = 0, \quad \text{oder}$$
$$n^3 + ann + bn + c = 3nnp + 2anp + bp = (3nn + 2an + b)p:$$

dahero $p = \frac{n^3+ann+bn+c}{3nn+2an+b}$ und folglich bekommen wir für x folgenden genaueren Werth $x = n - \left(\frac{n^3+ann+bn+c}{3nn+2an+b}\right) = \frac{2n^3+ann-c}{3nn+2an+b}$. Setzt man nun diesen neuen Werth wiederum für n, so erhält man dadurch einen, der der Wahrheit noch näher kommt.

229.

Es sey z. E. $x^3 + 2xx + 3x - 50 = 0$, wo $a = 2$, $b = 3$ und $c = -50$, dahero wann n einer Wurzel schon nahe kommt, so wird ein noch näherer Werth seyn $x = \frac{2n^3+2nn+50}{3nn+4n+3}$. Nun aber kommt der Werth $x = 3$ der Wahrheit schon ziemlich nahe; dahero setze man $n = 3$ so bekommt man $x = \frac{61}{21}$. Wollte man nun diesen Werth wiederum für n schreiben, so würde man einen neuen Werth bekommen, der der Wahrheit noch weit näher käme.

1) Im Original steht der unrichtige Bruch $x = \frac{162130896}{128634294}$. H. W.

230.

Von höheren Gleichungen wollen wir nur dieses Exempel beyfügen $x^5 = 6x + 10$ oder $x^5 - 6x - 10 = 0$, wo leicht zu ersehen, daß 1 zu klein und 2 zu groß sey. Es sey aber $x = n$ ein schon naher Werth und man setze $x = n + p$, so wird $x^5 = n^5 + 5n^4p$ und also $n^5 + 5n^4p = 6n + 6p + 10$, oder $5n^4p - 6p = 6n + 10 - n^5$ und folglich $p = \frac{6n + 10 - n^5}{5n^4 - 6}$ und dahero $x = \frac{4n^5 + 10}{5n^4 - 6}$. Man setze nun $n = 1$ so wird $x = \frac{14}{-1} = -14$, welcher Werth gantz ungeschickt ist, so daher rührt daß der nahe Werth n gar zu klein war, man setze dahero $n = 2$ so wird $x = \frac{138}{74} = \frac{69}{37}$, welcher der Wahrheit schon weit näher kommt. Wollte man sich nun die Mühe geben, und für n diesen Bruch $\frac{69}{37}$ schreiben, so würde man zu einem noch weit genauern Werth der Wurzel x gelangen.

231.

Dieses ist nun die bekanteste Art die Wurzeln der Gleichung durch Näherungen zu finden, welche auch in allen Fällen mit Nutzen kann angebracht werden.

Jedoch wollen wir noch eine andere Art anzeigen welche wegen der Leichtigkeit der Rechnung unsere Aufmercksamkeit verdienet. Der Grund derselben beruhet darauf, daß man für eine jede Gleichung eine Reihe von Zahlen suche, als a, b, c, etc. die so beschaffen sind, daß ein jedes Glied durch das vorhergehende dividirt den Werth der Wurzel um so viel genauer anzeige, je weiter man diese Reihe Zahlen fortsetzet.

Laßt uns setzen, wir seyen damit schon gekommen bis zu den Gliedern p, q, r, s, t, etc. so muß $\frac{q}{p}$ die Wurzel x schon ziemlich genau anzeigen, oder es wird seyn $\frac{q}{p} = x$ beyläufig.

Eben so wird man auch haben $\frac{r}{q} = x$, woraus wir durch die Multiplication erhalten $\frac{r}{p} = xx$. Da ferner auch $\frac{s}{r} = x$ so wird ebenfals $\frac{s}{p} = x^3$, und da weiter $\frac{t}{s} = x$ so wird $\frac{t}{p} = x^4$, und so weiter.

232.

Um dieses zu erläutern, wollen wir mit dieser Quadratischen Gleichung anfangen $xx = x + 1$, und in der obgedachten Reihe von Zahlen kämen nun diese Glieder vor p, q, r, s, t, etc. Da nun $\frac{q}{p} = x$ und $\frac{r}{p} = xx$, so erhalten wir daraus diese Gleichung: $\frac{r}{p} = \frac{q}{p} + 1$ oder $q + p = r$. Eben so wird auch seyn $s = r + q$ und $t = s + r$; woraus wir erkennen, daß ein jedes Glied unserer Reihe Zahlen die Summe ist der beyden vorhergehenden, wodurch die Reihe so weit man will leicht kann fortgesetzt werden, wann man nur einmahl die zwey ersten Glieder hat; dieselben aber kann man nach Belieben annehmen. Dahero setze man dafür 0, 1, so wird unsere Reihe also herauskommen: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, etc. wo von den entfernteren Gliedern ein jedes durch das vorhergehende dividirt den Werth für x so viel genauer anzeigen wird, als man die Reihe weiter fortgesetzt. Von Anfang ist zwar der Fehler sehr groß, wird aber je weiter man geht geringer. Diese der Wahrheit immer näher kommende Werthe für x gehen demnach fort wie folget:

$$x = \frac{1}{0},\ \frac{1}{1},\ \frac{2}{1},\ \frac{3}{2},\ \frac{5}{3},\ \frac{8}{5},\ \frac{13}{8},\ \frac{21}{13},\ \frac{34}{21},\ \frac{55}{34},\ \frac{89}{55},\ \frac{144}{89}\ \text{etc.}$$

wovon z. E. $x = \frac{21}{13}$ giebt $\frac{441}{169} = \frac{21}{13} + 1 = \frac{442}{169}$, wo der Fehler nur $\frac{1}{169}$ beträgt, die folgende Brüche aber kommen der Wahrheit immer näher.

233.

Laßt uns nun auch diese Gleichung betrachten $xx = 2x + 1$, und weil allezeit $x = \frac{q}{p}$ und $xx = \frac{r}{p}$, so erhalten wir $\frac{r}{p} = \frac{2q}{p} + 1$, oder $r = 2q + p$; woraus wir erkennen, daß ein jedes Glied doppelt genommen nebst dem vorhergehenden das folgende giebt. Wann wir also wiederum mit 0, 1 anfangen so bekommen wir die folgende Reihe:

0, 1, 2, 5, 12, 29, 70, 169, 408 etc.

daher der gesuchte Werth von x immer genauer durch folgende Brüche ausgedrückt wird,

$$x = \frac{1}{0},\ \frac{2}{1},\ \frac{5}{2},\ \frac{12}{5},\ \frac{29}{12},\ \frac{70}{29},\ \frac{169}{70},\ \frac{408}{169}\ \text{etc.}$$

welche folglich dem wahren Werth $x = 1 + \sqrt{2}$ immer näher kommen. Nimmt man nun 1 weg so geben folgende Brüche den Werth von $\sqrt{2}$ immer genauer

$$\frac{1}{0},\ \frac{1}{1},\ \frac{3}{2},\ \frac{7}{5},\ \frac{17}{12},\ \frac{41}{29},\ \frac{99}{70},\ \frac{239}{169}\ \text{etc.}$$

von welchen $\frac{99}{70}$ zum Quadrat hat $\frac{9801}{4900}$, so nur um $\frac{1}{4900}$ größer ist als 2.

234.

Bey höhern Gleichungen findet diese Methode ebenfalls statt, als wann diese Cubische Gleichung gegeben wäre: $x^3 = xx + 2x + 1$ so setze man $x = \frac{q}{p}$, $xx = \frac{r}{p}$ und $x^3 = \frac{s}{p}$, und da bekommt man $s = r + 2q + p$, woraus man sieht wie man aus drey Gliedern p, q und r das folgende s finden soll, wo man wiederum den Anfang nach Belieben machen kann, eine solche Reihe wird demnach seyn

$$0,\ 0,\ 1,\ 1,\ 3,\ 6,\ 13,\ 28,\ 60,\ 129 \text{ etc.}$$

woraus folgende Brüche den Werth für x immer genauer geben werden

$$x = \frac{0}{0},\ \frac{1}{0},\ \frac{1}{1},\ \frac{3}{1},\ \frac{6}{3},\ \frac{13}{6},\ \frac{28}{13},\ \frac{60}{28},\ \frac{129}{60} \text{ etc.}$$

wovon die ersten gräulich fehlen, dieser aber $x = \frac{60}{28} = \frac{15}{7}$ in der Gleichung giebt $\frac{3375}{343} = \frac{225}{49} + \frac{30}{7} + 1 = \frac{3388}{343}$ wo der Fehler $\frac{13}{343}$ ist.

235.

Es ist aber hier wohl zu bemercken, daß nicht alle Gleichungen so beschaffen sind, daß man darauf diese Methode anwenden könne; insonderheit wo das zweyte Glied fehlt, kann dieselbe nicht gebraucht werden. Dann es sey z. E. $xx = 2$ und man wollte setzen $x = \frac{q}{p}$ und $xx = \frac{r}{p}$ so würde man bekommen $\frac{r}{p} = 2$ oder $r = 2p$ das ist $r = 0q + 2p$, woraus diese Reihe Zahlen entstünde:

$$1,\ 1,\ 2,\ 2,\ 4,\ 4,\ 8,\ 8,\ 16,\ 16,\ 32,\ 32 \text{ etc.}$$

daraus nichts geschloßen werden kann, indem ein jedes Glied durch das vorhergehende dividirt, entweder $x = 1$ oder $x = 2$ giebt. Es kann aber diesem geholfen werden, wann man setzt $x = y - 1$: dann bekommt man $yy - 2y + 1 = 2$, und wann man hier setzt $y = \frac{q}{p}$ und $yy = \frac{r}{p}$ so erhält man die schon oben gegebene Näherung.

236.

Eben so verhält es sich auch mit dieser Gleichung $x^3 = 2$, aus welcher eine solche Reihe Zahlen nicht gefunden wird, die uns den Werth von $\sqrt[3]{2}$ anzeigte. Man darf aber nur setzen $x = y - 1$ um diese Gleichung zu bekommen $y^3 - 3yy + 3y - 1 = 2$, oder $y^3 = 3yy - 3y + 3$. Setzt man nun für die Reihe Zahlen $y = \frac{q}{p}$, $yy = \frac{r}{p}$ und $y^3 = \frac{s}{p}$; so wird seyn $s = 3r - 3q + 3p$; woraus man sieht, wie aus drey Gliedern das folgende zu bestimmen. Man nimmt also die drey ersten Glieder nach Belieben an, als z. E. 0, 0, 1, so bekommt man diese Reihe:

0, 0, 1, 3, 6, 12, 27, 63, 144, 324, etc.

wovon die zwey letzten Glieder geben $y = \frac{324}{144}$ und $x = \frac{5}{4}$, welcher Bruch auch der Cubic-Wurzel aus 2 ziemlich nahe kommt, denn der Cubus von $\frac{5}{4}$ ist $\frac{125}{64}$ dagegen ist $2 = \frac{128}{64}$.

237.

Bey dieser Methode ist noch ferner zu bemercken, daß wann die Gleichung eine Rational-Wurzel hat, und der Anfang der Reihe also angenommen wird, daß daraus diese Wurzel herauskomme, so wird auch ein jegliches Glied derselben, durch das vorhergehende dividirt, eben dieselbe Wurzel genau geben.

Um dieses zu zeigen, so sey diese Gleichung gegeben $xx = x + 2$, worinn eine Wurzel ist $x = 2$; da man nun für die Reihe diese Formel hat $r = q + 2p$, wann man den Anfang setzt 1, 2, so erhält man diese Reihe

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, etc.

welches eine Geometrische Progression ist, deren Nenner $= 2$.

Eben dieses erhellet auch aus dieser Cubischen Gleichung $x^3 = xx + 3x + 9$, wovon eine Wurzel ist $x = 3$. Setzt man nun für den Anfang der Reihe 1, 3, 9, so findet man aus der Formel $s = r + 3q + 9p$ diese Reihe

1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, etc.

welches wieder eine Geometrische Progression ist, deren Nenner $= 3$.

238.

Weicht aber der Anfang der Reihe von dieser Wurzel ab, so folgt daraus nicht, daß man dadurch immer genauer zu derselben Wurzel kommen werde: dann wann die Gleichung mehr Wurzeln hat, so nähert sich diese Reihe immer nur der größten Wurzel, und die kleinere erhält man nicht anders, als wann just der Anfang nach derselben eingerichtet wird. Dieses wird durch ein

Exempel deutlich werden. Es sey die Gleichung $xx = 4x - 3$, deren zwey Wurzeln sind $x = 1$ und $x = 3$. Nun ist die Formel für die Reihe Zahlen $r = 4q - 3p$ und setzt man für den Anfang derselben 1, 1, nemlich für die kleinere Wurzel, so wird die gantze Reihe 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, etc. Setzt man aber den Anfang 1, 3, worinn die größere Wurzel enthalten, so wird die Reihe 1, 3, 9, 27, 81, 243, 729 etc. wo alle Glieder die Wurzel 3 genau angeben. Setzt man aber den Anfang anders, wie man will, nur daß darin die kleinere Wurzel nicht genau enthalten ist, so nähert sich die Reihe immer der größern Wurzel 3, wie aus folgenden Reihen zu sehen:

der Anfang sey	0,	1,	4,	13,	40,	121,	364,	etc.		
ferner	1,	2,	5,	14,	41,	122,	365,	etc.		
ferner	2,	3,	6,	15,	42,	123,	366,	1095,	etc.	
ferner	2,	1,	-2,	-11,	-38,	-119,	-362,	-1091,	-3278,	etc.

wo die letzten Glieder durch die vorhergehenden dividirt immer der größern Wurzel 3 näher kommen, niemals aber der kleinern.

239.

Diese Methode kann auch so gar auf Gleichungen, die in das unendliche fortlaufen, angewendet werden, zum Exempel diene diese Gleichung

$$x^{\infty} = x^{\infty-1} + x^{\infty-2} + x^{\infty-3} + x^{\infty-4} + \text{etc.}$$

für welche die Reihe Zahlen so beschaffen seyn muß, daß eine jede gleich sey der Summe aller vorhergehenden, woraus diese Reihe entsteht

1, 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, etc.

woraus man sieht, daß die größte Wurzel dieser Gleichung sey $x = 2$, gantz genau; welches auch auf diese Art gezeigt werden kann. Man theile die Gleichung durch x^{∞}, so bekommt man $1 = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4}$ etc. welches eine Geometrische Progression ist, davon die Summe gefunden wird $= \frac{1}{x-1}$ also daß $1 = \frac{1}{x-1}$; multiplicire mit $x - 1$, so wird $x - 1 = 1$ und $x = 2$.[1])

1) Siehe die Anmerkung p. 108. H. W.

240.

Außer diesen zwey Methoden die Wurzel der Gleichung durch Näherung zu finden, trift man hin und wieder noch andere an, welche aber entweder zu mühsam, oder nicht allgemein sind. Vor allen aber verdienet die hier zuerst erklärte Methode den Vorzug, als welche auf alle Arten von Gleichungen mit erwünschtem Erfolg kann angewendet werden, dahingegen die andere öfters eine gewisse Vorbereitung in der Gleichung erfordert, ohne welche dieselbe nicht einmahl gebraucht werden kann, wie wir hier bey verschiedenen Exempeln dargethan haben.

ENDE DES ERSTEN ABSCHNITTS
VON DEN ALGEBRAISCHEN GLEICHUNGEN
UND DERSELBEN AUFLÖSUNG