sehr großen Zahlen. Also wann man sagt $288:144 = 2:1$, so ist die Sache gantz deutlich; und wann man fragt wie sich $105:70$ verhalte, so antwortet man wie $3:2$. Fragt man weiter wie sich $576:252$ verhalte, so antwortet man wie $16:7$.

449.

Um also ein jedes Verhältniß auf das deutlichste vorzustellen, so muß man die Benennung deßelben auf die geringste Zahlen zu bringen suchen, welches auf einmal geschehen kann, wann die beyden Glieder des Verhältnißes durch ihren größten gemeinen Theiler dividiret werden. Also das Verhältniß $576:252$ wird auf einmal zu diesem $16:7$ gebracht, wann man die beyden Zahlen 576 und 252 durch 36, welches ihr größter gemeiner Theiler ist, dividiret.

450.

Weil nun die Sache darauf ankommt, daß man von zwey gegebenen Zahlen ihren größten gemeinen Theiler zu finden wiße, so soll dazu in dem folgenden Capitel die nöthige Anleitung gegeben werden.

CAPITEL 7

VON DEM GRÖSSTEN GEMEINEN THEILER ZWEYER GEGEBENEN ZAHLEN

451.

Es giebt Zahlen, welche außer 1 keinen andern gemeinschaftlichen Theiler haben, und wann Zehler und Nenner eines Bruchs so beschaffen sind, so läßt sich derselbe auch in keine leichtere Form bringen.

Also sieht man, daß diese beyden Zahlen 48 und 35 keinen gemeinschaftlichen Theiler haben, ohngeachtet eine jede vor sich ihre besondere Theiler hat. Deswegen kann auch das Verhältniß $48:35$ nicht leichter ausgedrückt werden, dann ob gleich sich beyde durch 1 theilen laßen, so werden doch dadurch die Zahlen nicht kleiner.

452.

Wann aber die Zahlen einen gemeinen Theiler haben, so wird derselbe, und so gar der größte gemeine Theiler durch folgende Regul gefunden.

Man dividire die größere Zahl durch die kleinere; durch den überbleibenden Rest dividire man ferner den vorhergehenden Divisor, durch den hier überbleibenden Rest dividire man wieder den letzt vorhergehenden Divisor, und auf solche Art verfahre man so lang bis die Division aufgeht; da dann der letzte Divisor der größte gemeine Theiler der beyden gegebenen Zahlen seyn wird

Diese Untersuchung wird für die vorgesetzte Zahlen 576 und 252 also zu stehen kommen.

```
252 | 576 | 2
    | 504 |
      72 | 252 | 3
         | 216 |
           36 | 72 | 2
              | 72 |
                0
```

Hier ist also der größte gemeine Theiler 36.

453.

Es wird dienlich seyn diese Regul durch einige Exempel zu erläutern. Man suche demnach den größten gemeinen Theiler zwischen den Zahlen 504 und 312.

```
312 | 504 | 1
    | 312 |
      192 | 312 | 1
          | 192 |
            120 | 192 | 1
                | 120 |
                   72 | 120 | 1
                      |  72 |
                         48 | 72 | 1
                            | 48 |
                              24 | 48 | 2
                                 | 48 |
                                   0
```

Also ist 24 der größte gemeine Theiler, und deswegen läßt sich das Verhältniß $504:312$ auf diese Form $21:13$ bringen.

454.

Es seyen ferner diese zwey Zahlen gegeben $625:529$, für welche der größte gemeine Theiler gesucht werden soll:

$$\begin{array}{r|r|r|r|r|r|r|l}
529 & 625 & 1 & & & & & \\
 & 529 & & & & & & \\
\hline
 & 96 & 529 & 5 & & & & \\
 & & 480 & & & & & \\
\hline
 & & 49 & 96 & 1 & & & \\
 & & & 49 & & & & \\
\hline
 & & & 47 & 49 & 1 & & \\
 & & & & 47 & & & \\
\hline
 & & & & 2 & 47 & 23 & \\
 & & & & & 46 & & \\
\hline
 & & & & & 1 & 2 & 2 \\
 & & & & & & 2 & \\
\hline
 & & & & & & 0 &
\end{array}$$

Hier ist also der größte gemeine Theiler 1, und deswegen läßt sich das Verhältniß $625:529$ auf keine leichtere Form bringen: oder daßelbe läßt sich durch keine kleinere Zahlen ausdrücken.

455.

Es ist nun noch nöthig den Beweis von dieser Regul zu geben. Es sey a die größere und b die kleinere von den gegebenen Zahlen, d aber ein gemeiner Theiler derselben. Da sich nun so wohl a als b durch d theilen laßen, so wird sich auch $a-b$ dadurch theilen laßen, auch $a-2b$ und $a-3b$, und überhaupt $a-nb$.

456.

Dieses ist auch rückwärts wahr, und wann die Zahlen b und $a-nb$ sich durch d theilen laßen, so muß sich auch die Zahl a dadurch theilen laßen. Dann da sich nb theilen läßt, so würde sich $a - nb$ nicht theilen laßen, wann sich nicht auch a theilen ließe.

457.

Ferner ist zu mercken, daß wann d der größte gemeine Theiler von den beyden Zahlen b und $a - nb$ ist, derselbe auch der größte gemeine Theiler von den Zahlen a und b seyn werde. Dann wann für diese Zahlen a und b noch ein größerer gemeiner Theiler als d statt fände, so würde derselbe auch ein gemeiner Theiler von b und $a - nb$, folglich d nicht der größte seyn. Nun aber ist d der größte gemeine Theiler von b und $a - nb$ also muß auch d der größte gemeine Theiler von a und b seyn.

458.

Diese drey Sätze voraus gesetzt, so laßt uns die größere Zahl a durch die kleinere b, wie die Regul befiehlt, theilen, und für den Quotus n annehmen, so erhält man den Rest $a - nb$, welcher immer kleiner ist als b. Da nun dieser Rest $a - nb$ mit dem Divisor b eben denselben größten gemeinen Theiler hat als die gegebene Zahlen a und b, so theile man den vorigen Divisor b durch diesen Rest $a - nb$, und da wird wiederum der herauskommende Rest mit dem nächst vorhergehenden Divisor eben denselben größten gemeinen Theiler haben, und so immer weiter.

459.

Man fährt aber solcher Gestalt fort, bis man auf eine solche Division kommt, welche aufgeht oder wo kein Rest übrig bleibt. Es sey demnach p der letzte Divisor, welcher just etliche mahl in seinem Dividend enthalten ist, dahero das Dividend durch p theilbar, und folglich diese Form mp haben wird; diese Zahlen nun p und mp laßen sich beyde durch p theilen, und haben gantz gewis keinen größern gemeinen Theiler, weil sich keine Zahl durch eine größere, als sie selbst ist, theilen läßt. Dahero ist auch der letzte Divisor der größte gemeine Theiler der beyden im Anfang gegebenen Zahlen a und b, welches der Beweis der vorgeschriebenen Regul ist.

460.

Laßt uns noch ein Exempel hersetzen und von diesen Zahlen 1728 und 2304 den größten gemeinen Theiler suchen, da dann die Rechnung wie folget zu stehen kommen wird:

$$\begin{array}{r|r|r|l}
1728 & 2304 & 1 & \\
 & 1728 & & \\
\hline
 & 576 & 1728 & 3 \\
 & & 1728 & \\
\hline
 & & 0 &
\end{array}$$

Also ist 576 der größte gemeine Theiler, und das Verhältniß $1728:2304$ wird auf dieses gebracht $3:4$; folglich verhält sich $1728:2304$ eben so wie $3:4$.

CAPITEL 8

VON DEN GEOMETRISCHEN PROPORTIONEN

461.

Zwey Geometrische Verhältniße sind einander gleich, wann ihre Benennungen einander gleich sind; und die Gleichheit zweyer solchen Verhältniße wird eine Geometrische Proportion genennt, welche also geschrieben wird $a:b=c:d$, mit Worten aber wird dieselbe also ausgesprochen: a verhält sich zu b wie sich c verhält zu d, oder a zu b wie c zu d. Ein Exempel einer solchen Proportion ist nun $8:4=12:6$. Dann von dem Verhältniß $8:4$ ist die Benennung $\frac{2}{1}$, und ebenfals ist sie es auch von dem Verhältniß $12:6$.

462.

Wann also $a:b=c:d$ eine Geometrische Proportion ist, so muß beyderseits eine gleiche Benennung statt finden und folglich $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ seyn; und hinwiederum wann die Brüche $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{d}$ einander gleich sind, so ist $a:b=c:d$.

463.

Eine Geometrische Proportion besteht demnach aus vier Gliedern welche also beschaffen sind, daß das erste durch das zweyte dividirt eben so viel ist,