Zahlen finden kann, deren Seite $= n$. Wollte man daraus die zweyeckigte Zahlen finden, so würde $m = 2$ und dieselbe $= n$ seyn.

Setzt man $m = 3$ so wird die IIIeckigte Zahl $= \frac{nn+n}{2}$.

Setzt man $m = 4$ so wird die IVeckigte Zahl $= nn$ etc.

438.

Um diese Regul mit einigen Exempeln zu erläutern, so suche man die XXVeckigte Zahl, deren Seite 36 ist? Man suche erstlich vor die Seite n die XXVeckigte Zahl, so wird dieselbe $= \frac{23nn - 21n}{2}$. Nun setze man $n = 36$, so bekommt man die gesuchte Zahl $= 14526$.

439.

Frage: Einer hat ein Haus gekauft und wird gefragt wie theuer? darauf antwortet er, die Zahl der Rubel, die er dafür bezahlet, sey die 365eckigte Zahl von 12.

Um nun diese Zahl zu finden so wird $m = 365$ und also das 365eck von n $= \frac{363nn - 361n}{2}$. Nun ist $n = 12$, woraus der gesuchte Preis des Haußes seyn wird 23970 Rubel.

CAPITEL 6

VON DEM GEOMETRISCHEN VERHÄLTNISS

440.

Das Geometrische Verhältniß zwischen zweyen Zahlen enthält die Antwort auf die Frage, wie viel mal die eine Zahl größer sey als die andere? und wird gefunden, wann man die eine durch die andere dividirt, da dann der Quotient die Benennung des Verhältnißes anzeigt.

441.

Es kommen demnach bey einem Geometrischen Verhältniß drey Sachen zu betrachten vor. Erstlich, die erste der beyden vorgegebenen Zahlen, welche der Vorsatz genennet wird. Zweytens, die andere derselben, welche der Nachsatz genennt wird. Drittens, die Benennung des Verhältnißes, welche gefunden wird, wann man den Vorsatz durch den Nachsatz dividirt: als wann zwischen den Zahlen 18 und 12 das Verhältniß angezeigt werden soll, so ist 18 der Vorsatz, 12 der Nachsatz und die Benennung wird seyn $\frac{18}{12} = 1\frac{1}{2}$; woraus man erkennt, daß der Vorsatz 18 den Nachsatz 12 einmal und noch $\frac{1}{2}$ mal in sich begreiffe.

442.

Um das Geometrische Verhältniß zwischen zweyen Zahlen anzuzeigen, bedient man sich zweyer über einander gesetzten Punckte, welche zwischen dem Vorsatz und Nachsatz gesetzt werden.

Also $a:b$ zeigt das Verhältniß zwischen a und b an, welches Zeichen, wie schon oben bemerckt worden, auch die Division anzuzeigen pflegt, und eben deswegen hier gebraucht wird, weil um dieses Verhältniß zu erkennen, die Zahl a durch b getheilt werden muß; dieses Zeichen wird also mit Worten ausgesprochen: a verhält sich zu b, oder schlecht weg a zu b.

443.

Die Benennung eines solchen Verhältnißes wird demnach durch einen Bruch vorgestellt, dessen Zehler der Vorsatz, der Nenner aber der Nachsatz ist. Um der Deutlichkeit willen aber muß man diesen Bruch immer in seine kleinste Form bringen, welches geschieht, wann man den Zehler und Nenner durch ihren größten gemeinen Theiler theilet, wie oben geschehen, da der Bruch $\frac{18}{12}$ auf $\frac{3}{2}$ ist gebracht worden indem man den Zehler und Nenner durch 6 getheilt hat.

444.

Die Verhältniße sind also nur in so fern unterschieden, als ihre Benennung verschieden ist, und es giebt daher so viel verschiedene Arten von Verhältnißen, als verschiedene Benennungen gefunden werden können.

Die erste Art ist nun ohnstreitig, wann die Benennung 1 wird; und dieses geschieht, wann die beyden Zahlen gleich sind, als $3:3$, $4:4$, $a:a$ wovon die Benennung 1 wird, und deswegen das Verhältniß der Gleichheit genennt wird.

Hierauf folgen diejenigen deren Benennung eine ganze Zahl wird, als $4:2$ wo die Benennung 2 ist. Ferner $12:4$ wo die Benennung 3 ist, und $24:6$ wo die Benennung 4 ist etc.

Hernach kommen solche vor, deren Benennung durch Brüche ausgedrückt werden. Als $12:9$ dessen Benennung $\frac{4}{3}$ oder $1\frac{1}{3}$ ist; $18:27$ dessen Benennung $\frac{2}{3}$ ist etc.

445.

Es sey nun a der Vorsatz, b der Nachsatz und die Benennung d, so haben wir schon gesehen, daß wann a und b gegeben, daraus gefunden werde $d = \frac{a}{b}$.

Ist aber der Nachsatz b nebst der Benennung d gegeben, so findet man daraus den Vorsatz $a = bd$ weil bd durch b dividirt d giebt, endlich wann der Vorsatz a nebst der Benennung d gegeben ist, so findet man daraus den Nachsatz $b = \frac{a}{d}$. Dann wann man den Vorsatz a durch diesen Nachsatz $\frac{a}{d}$ dividiret, so ist der Quotus d, das ist die Benennung.

446.

Ein jedes Verhältniß $a:b$ bleibt ohnverändert, wann man den Vorsatz und Nachsatz mit einerley Zahl entweder multiplicirt oder dividirt, weil die Benennung einerley bleibt. Dann wann d die Benennung von $a:b$ ist, also daß $d = \frac{a}{b}$, so ist auch von diesem Verhältniß $na:nb$ die Benennung $\frac{a}{b} = d$; und von diesem Verhältniß $\frac{a}{n}:\frac{b}{n}$ ist die Benennung gleichfals $\frac{a}{b} = d$.

447.

Wann die Benennung in die kleinste Form gebracht worden, so läßt sich daraus das Verhältniß deutlich erkennen und mit Worten ausdrücken. Nemlich wann die Benennung auf diesen Bruch $\frac{p}{q}$ gebracht worden so sagt man: $a:b = p:q$ das ist mit Worten a zu b wie p zu q. Also da von diesem Verhältniß $6:3$ die Benennung $\frac{2}{1}$ ist oder 2 so hat man $6:3 = 2:1$. Eben so sagt man $18:12 = 3:2$ und $24:18 = 4:3$ und ferner $30:45 = 2:3$. Läßt sich aber die Benennung nicht abkürzen, so wird auch das Verhältniß nicht deutlicher: dann wann man sagt $9:7 = 9:7$ so wird es nicht begreiflicher.

448.

Wann sich aber die Benennung auf sehr kleine Zahlen bringen läßt, so erhält man eine deutliche Erkenntniß von einem Verhältniß zwischen zwey sehr großen Zahlen. Also wann man sagt $288:144 = 2:1$, so ist die Sache gantz deutlich; und wann man fragt wie sich $105:70$ verhalte, so antwortet man wie $3:2$. Fragt man weiter wie sich $576:252$ verhalte, so antwortet man wie $16:7$.

449.

Um also ein jedes Verhältniß auf das deutlichste vorzustellen, so muß man die Benennung deßelben auf die geringste Zahlen zu bringen suchen, welches auf einmal geschehen kann, wann die beyden Glieder des Verhältnißes durch ihren größten gemeinen Theiler dividiret werden. Also das Verhältniß $576:252$ wird auf einmal zu diesem $16:7$ gebracht, wann man die beyden Zahlen 576 und 252 durch 36, welches ihr größter gemeiner Theiler ist, dividiret.

450.

Weil nun die Sache darauf ankommt, daß man von zwey gegebenen Zahlen ihren größten gemeinen Theiler zu finden wiße, so soll dazu in dem folgenden Capitel die nöthige Anleitung gegeben werden.

CAPITEL 7

VON DEM GRÖSSTEN GEMEINEN THEILER ZWEYER GEGEBENEN ZAHLEN

451.

Es giebt Zahlen, welche außer 1 keinen andern gemeinschaftlichen Theiler haben, und wann Zehler und Nenner eines Bruchs so beschaffen sind, so läßt sich derselbe auch in keine leichtere Form bringen.

Also sieht man, daß diese beyden Zahlen 48 und 35 keinen gemeinschaftlichen Theiler haben, ohngeachtet eine jede vor sich ihre besondere Theiler hat. Deswegen kann auch das Verhältniß $48:35$ nicht leichter ausgedrückt werden, dann ob gleich sich beyde durch 1 theilen laßen, so werden doch dadurch die Zahlen nicht kleiner.

452.

Wann aber die Zahlen einen gemeinen Theiler haben, so wird derselbe, und so gar der größte gemeine Theiler durch folgende Regul gefunden.