CAPITEL 4

VON DER DIVISION MIT ZUSAMMENGESETZTEN GRÖSSEN

282.

Wann man die Division nur anzeigen will, so bedient man sich entweder des gewöhnlichen Zeichens eines Bruchs, indem man das Dividend über die Linie und den Divisor unter die Linie schreibt; oder man schließt beyde in Klammern ein, und schreibt den Divisor nach dem Dividend mit darzwischen gesetzten zwey Punckten. Also wann $a+b$ durch $c+d$ getheilt werden soll, so wird der Quotient nach der ersten Art also angezeigt $\frac{a+b}{c+d}$.

Nach der andern Art aber also $(a+b):(c+d)$; Beydes wird ausgesprochen $a+b$ getheilt durch $c+d$.

283.

Wann eine zusammengesetzte Formel durch eine einfache getheilt werden soll, so wird ein jedes Glied besonders getheilt, z. E.

$$6a - 8b + 4c \text{ durch } 2 \text{ getheilt, giebt } 3a - 4b + 2c$$

und
$$(aa - 2ab):(a) = a - 2b.$$

Eben so
$$(a^3 - 2aab + 3abb):(a) = aa - 2ab + 3bb,$$

ferner
$$(4aab - 6aac + 8abc):(2a) = 2ab - 3ac + 4bc,$$

und
$$(9aabc - 12abbc + 15abcc):(3abc) = 3a - 4b + 5c \text{ etc.}$$

284.

Wann sich etwan ein Glied des Dividends nicht theilen laßt, so wird der daher entstehende Quotient durch einen Bruch angezeigt. Also wann $a+b$ durch a getheilt werden soll, so bekommt man zum Quotient $1+\frac{b}{a}$.

Ferner
$$(aa - ab + bb):(aa) = 1 - \frac{b}{a} + \frac{bb}{aa}.$$

Wann weiter $(2a+b)$ durch 2 getheilt werden soll, so bekommt man $a+\frac{b}{2}$; wobey zu mercken, daß anstatt $\frac{b}{2}$ auch geschrieben werden kann $\frac{1}{2}b$, weil $\frac{1}{2}$ mal b so viel ist als $\frac{b}{2}$. Eben so ist $\frac{b}{3}$ so viel als $\frac{1}{3}b$ und $\frac{2b}{3}$ so viel als $\frac{2}{3}b$ etc.

285.

Wann aber der Divisor selbst eine zusammen gesetzte Größe ist, so hat die Division mehr Schwierigkeit, weil dieselbe öfters würcklich geschehen kann wo es nicht zu vermuthen scheint; dann wann die Division nicht angeht so muß man sich begnügen den Quotienten wie oben gemeldet durch einen Bruch anzudeuten; wir wollen daher hier nur solche Fälle betrachten wo die Division würcklich angeht.

286.

Es soll demnach das Dividend $ac - bc$ durch den Divisor $a - b$ getheilt werden: der Quotient muß demnach also beschaffen seyn, daß wann der Divisor $a - b$ damit multiplicirt wird, das Dividend $ac - bc$ herauskomme. Man sieht nun leicht, daß in dem Quotus c stehen muß, weil sonsten nicht ac herauskommen könnte. Um nun zu sehen ob c der völlige Quotus ist, so darf man nur den Divisor damit multipliciren und sehen ob das gantze Dividend herauskomme oder nur ein Theil deßelben? In unserm Fall aber wann $a - b$ mit c multiplicirt wird, so bekommen wir $ac - bc$, welches das Dividend selbsten ist: folglich ist c der völlige Quotus. Eben so ist klar daß

$$(aa + ab) : (a + b) = a,$$

und

$$(3aa - 2ab) : (3a - 2b) = a,$$

ferner

$$(6aa - 9ab) : (2a - 3b) = 3a.$$

287.

Auf solche Art findet man gewis einen Theil des Quotienten. Dann wann derselbe mit dem Divisor multiplicirt noch nicht das Dividend erschöpft so muß man das übrige gleichfals noch durch den Divisor theilen, da man dann wiederum einen Theil des Quotienten herausbringt. Solchergestallt verfährt man bis man den gantzen Quotient erhalte.

Wir wollen z. E. $aa + 3ab + 2bb$ durch $a + b$ theilen; da ist nun so gleich klar daß der Quotient das Glied a enthalten müße, weil sonsten nicht aa herauskommen könnte. Wann aber der Divisor $a + b$ mit a multiplicirt wird, so kommt $aa + ab$, welches vom Dividend abgezogen $2ab + 2bb$ nachläßt, welches also noch durch $a + b$ getheilt werden muß, wo sogleich in die Augen fällt, daß im Quotient $2b$ stehen müsse. Nun aber $2b$ mit $a + b$ multiplicirt, giebt just $2ab + 2bb$; folglich ist der gesuchte Quotient $a + 2b$, welcher mit dem Divisor $a + b$ multiplicirt das Dividend giebt. Diese gantze Operation wird folgender Gestalt vorgestellt

$$\begin{array}{r|l|l} a+b) & aa+3ab+2bb & (a+2b \\ & \underline{aa+ab} & \\ & +2ab+2bb & \\ & \underline{+2ab+2bb} & \\ & 0 & \end{array}$$

288.

Um diese Operation zu erleichtern, so erwählt man einen Theil des Divisors, als wie hier geschehen, a, welchen man zuerst schreibt und nach diesem Buchstaben schreibt man auch das Dividend in solcher Ordnung, daß die höchsten Potestäten von eben demselben Buchstaben a zuerst gesetzt werden, wie aus folgenden Exempeln zu ersehen:

$$\begin{array}{rll} a-b) & a^3-3aab+3abb-b^3 & (aa-2ab+bb \\ & \underline{a^3-aab} & \\ & -2aab+3abb & \\ & \underline{-2aab+2abb} & \\ & +abb-b^3 & \\ & \underline{+abb-b^3} & \\ & 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{rll} a+b) & aa-bb & (a-b \\ & \underline{aa+ab} & \\ & -ab-bb & \\ & \underline{-ab-bb} & \\ & 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{rll} 3a-2b) & 18aa-8bb & (6a+4b \\ & \underline{18aa-12ab} & \\ & +12ab-8bb & \\ & \underline{+12ab-8bb} & \\ & 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{rll} a+b) & a^3+b^3 & (aa-ab+bb \\ & \underline{a^3+aab} & \\ & -aab+b^3 & \\ & \underline{-aab-abb} & \\ & +abb+b^3 & \\ & \underline{+abb+b^3} & \\ & 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{rll} 2a-b) & 8a^3-b^3 & (4aa+2ab+bb \\ & \underline{8a^3-4aab} & \\ & +4aab-b^3 & \\ & \underline{+4aab-2abb} & \\ & +2abb-b^3 & \\ & \underline{+2abb-b^3} & \\ & 0 & \end{array}$$

$$
\begin{array}{rl}
aa - 2ab + bb) & a^4 - 4a^3b + 6aabb - 4ab^3 + b^4 \quad (aa - 2ab + bb \\
 & \underline{a^4 - 2a^3b + aabb} \\
 & - 2a^3b + 5aabb - 4ab^3 \\
 & \underline{ - 2a^3b + 4aabb - 2ab^3} \\
 & + aabb - 2ab^3 + b^4 \\
 & \underline{ + aabb - 2ab^3 + b^4} \\
 & 0
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rl}
aa - 2ab + 4bb) & a^4 + 4aabb + 16b^4 \quad (aa + 2ab + 4bb \\
 & \underline{a^4 - 2a^3b \quad + 4aabb} \\
 & + 2a^3b \quad + 16b^4 \\
 & \underline{ + 2a^3b \quad - 4aabb + 8ab^3} \\
 & + 4aabb - 8ab^3 + 16b^4 \\
 & \underline{ + 4aabb - 8ab^3 + 16b^4} \\
 & 0
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rl}
aa - 2ab + 2bb) & a^4 + 4b^4 \quad (aa + 2ab + 2bb \\
 & \underline{a^4 - 2a^3b + 2aabb} \\
 & + 2a^3b - 2aabb + 4b^4 \\
 & \underline{ + 2a^3b - 4aabb + 4ab^3} \\
 & + 2aabb - 4ab^3 + 4b^4 \\
 & \underline{ + 2aabb - 4ab^3 + 4b^4} \\
 & 0
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rl}
1 - 2x + xx) & 1 - 5x + 10xx - 10x^3 + 5x^4 - x^5 \quad (1 - 3x + 3xx - x^3 \\
 & \underline{1 - 2x + xx} \\
 & - 3x + 9xx \quad - 10x^3 \\
 & \underline{ - 3x + 6xx \quad - 3x^3} \\
 & + 3xx \quad - 7x^3 + 5x^4 \\
 & \underline{ + 3xx \quad - 6x^3 + 3x^4} \\
 & - x^3 \quad + 2x^4 - x^5 \\
 & \underline{ - x^3 \quad + 2x^4 - x^5} \\
 & 0
\end{array}
$$