der Bruch $\frac{24}{60}$ entsteht. Diese beyde laßen sich nun noch einmahl durch 2 theilen und giebt die Theilung folgenden Bruch $\frac{12}{30}$, wo 2 abermahlen ein gemeiner Theiler ist und $\frac{6}{15}$ herauskommen. Hier ist aber klar, daß sich der Zehler und Nenner noch durch 3 theilen laße, woraus der Bruch $\frac{2}{5}$ entspringt, welcher dem vorgegebenen gleich ist, und sich in der kleinsten Form befindet, weil die Zahlen 2 und 5 weiter keinen gemeinen Theiler haben außer 1, wodurch aber die Zahlen nicht kleiner werden.

92.

Diese Eigenschaft der Brüche, daß wann man so wohl den Zehler als Nenner mit eben der Zahl entweder multiplicirt oder dividiret, der Werth des Bruchs ohnverändert bleibe, ist von der größten Wichtigkeit und wird gemeiniglich darauf die gantze Lehre von den Brüchen gegründet. Es laßen sich z. E. zwey Brüche nicht wohl zusammen addiren, oder von einander subtrahiren, ehe man nicht dieselben in andere Formen gebracht, deren Nenner einander gleich sind; wovon im folgenden Capitel gehandelt werden soll.

93.

Hier wollen wir nur noch bemercken, daß auch alle gantze Zahlen in Form eines Bruchs vorgestellt werden können. Also ist zum Exempel 6 so viel als $\frac{6}{1}$, weil 6 durch 1 dividirt auch 6 giebt. Und daher entstehen noch diese Formen,

$$\frac{12}{2},\ \frac{18}{3},\ \frac{24}{4},\ \frac{36}{6},\ \text{u. s. f.}$$

welche alle eben denselben Werth, nemlich 6, in sich haben.

CAPITEL 9

VON DER ADDITION UND SUBTRACTION DER BRÜCHE

94.

Wann die Brüche gleiche Nenner haben, so hat es keine Schwierigkeit dieselben zu addiren und zu subtrahiren, indem $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$ so viel als $\frac{5}{7}$ und $\frac{4}{7}-\frac{2}{7}$ so viel als $\frac{2}{7}$ ist. In diesem Fall verrichtet man die Addition und

Subtraction bloß allein an den Zehlern, und schreibt den gemeinen Nenner darunter. Also macht

$$\frac{7}{100}+\frac{9}{100}-\frac{12}{100}-\frac{15}{100}+\frac{20}{100} \text{ so viel als } \frac{9}{100};$$

$$\frac{24}{50}-\frac{7}{50}-\frac{12}{50}+\frac{31}{50} \text{ ist so viel als } \frac{36}{50} \text{ oder } \frac{18}{25};$$

$$\frac{16}{20}-\frac{3}{20}-\frac{11}{20}+\frac{14}{20} \text{ ist so viel als } \frac{16}{20} \text{ oder } \frac{4}{5};$$

eben so auch $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}$ macht $\frac{3}{3}$ oder 1, das ist ein gantzes, und $\frac{2}{4}-\frac{3}{4}+\frac{1}{4}$ macht $\frac{0}{4}$ das ist nichts, oder 0.

95.

Wann aber die Brüche nicht gleiche Nenner haben, so ist es allezeit möglich dieselben in andere von gleichem Werth zu verwandeln, deren Nenner gleich sind. Also wenn diese Brüche $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ gegeben sind und zusammen addirt werden sollen, so ist zu erwegen daß $\frac{1}{2}$ so viel ist als $\frac{3}{6}$ und $\frac{1}{3}$ so viel als $\frac{2}{6}$: wir haben also anstatt der vorigen diese Brüche $\frac{3}{6}+\frac{2}{6}$ welche geben $\frac{5}{6}$. Ferner $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$ ist wie das obige, nur daß das Zeichen *minus* darzwischen steht, also $\frac{3}{6}-\frac{2}{6}$ giebt $\frac{1}{6}$. Es seyen ferner gegeben diese Brüche $\frac{3}{4}+\frac{5}{8}$. Weil hier $\frac{3}{4}$ so viel ist als $\frac{6}{8}$, so setzen wir an derselben Stelle $\frac{6}{8}$, und $\frac{5}{8}+\frac{6}{8}$ giebt $\frac{11}{8}$ oder $1\frac{3}{8}$. Wann man fragt wie viel $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ zusammen ausmachen, so schreibe man statt derselben nur $\frac{4}{12}$ und $\frac{3}{12}$ so kommt $\frac{7}{12}$.

96.

Wann mehr als zwey Brüche gegeben sind, als: $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$, welche zu gleichen Nennern gebracht werden sollen, so kommt alles darauf an, daß man eine Zahl finde, welche sich durch alle diese Nenner theilen laße. Eine solche ist nun 60, welche den gemeinen Nenner abgiebt. Also werden wir haben anstatt $\frac{1}{2}$ diesen $\frac{30}{60}$, anstatt $\frac{2}{3}$ diesen $\frac{40}{60}$, anstatt $\frac{3}{4}$ diesen $\frac{45}{60}$, anstatt $\frac{4}{5}$ diesen $\frac{48}{60}$, anstatt $\frac{5}{6}$ diesen $\frac{50}{60}$. Sollen nun diese Brüche $\frac{30}{60}, \frac{40}{60}, \frac{45}{60}, \frac{48}{60}, \frac{50}{60}$, zusammen addirt werden so machen die Zehler derselben zusammen $\frac{213}{60}$, oder 3 gantze und $\frac{33}{60}$, oder $3\frac{11}{20}$.

97.

Es kommt hier alles darauf an, daß man zwey Brüche von ungleichen Nennern in andere verwandele, deren Nenner einander gleich sind. Um dieses auf eine allgemeine Art zu verrichten, so seyen die vorgegebene Brüche $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{d}$. Nun multiplicire man den ersten Bruch oben und unten mit d, so bekommt man $\frac{ad}{bd}$, welcher Bruch so groß ist als $\frac{a}{b}$. Den andern Bruch multiplicire man wie den ersten oben und unten mit b, so bekommt man anstatt desselben $\frac{bc}{bd}$, und sind also die Nenner jetzt gleich; die Summa aber derselben ist $\frac{ad+bc}{bd}$ und ihre Differenz ist $\frac{ad-bc}{bd}$. Wann also diese Brüche vorgelegt sind, $\frac{5}{8}$ und $\frac{7}{9}$, so bekommt man anstatt derselben $\frac{45}{72}$ und $\frac{56}{72}$, deren Summa $\frac{101}{72}$, die Differenz aber $\frac{11}{72}$ macht.

98.

Hier pflegt auch die Frage vorzukommen, welcher von zwey gegebenen Brüchen größer, oder kleiner sey als der andere? Z. E. welcher von diesen zwey Brüchen $\frac{2}{3}$ und $\frac{5}{7}$ ist der größere? Zu diesem Ende darf man nur die beyden Brüche zu gleichen Nennern bringen, und da bekommt man für den erstern $\frac{14}{21}$ und für den andern $\frac{15}{21}$, woraus offenbar ist, daß $\frac{5}{7}$ größer ist als $\frac{2}{3}$, und zwar um $\frac{1}{21}$. Wann ferner diese zwey Brüche gegeben sind $\frac{3}{5}$ und $\frac{5}{8}$, so bekommt man statt deren die Brüche $\frac{24}{40}$ und $\frac{25}{40}$, woraus erhellet daß $\frac{5}{8}$ mehr sey als $\frac{3}{5}$, aber nur um $\frac{1}{40}$.

99.

Wann ein Bruch von einer gantzen Zahl abgezogen werden soll, als $\frac{2}{3}$ von 1, so darf man nur $\frac{3}{3}$ anstatt 1 schreiben, da man dann so gleich sieht, daß $\frac{1}{3}$ übrig bleibt. Eben so $\frac{5}{12}$ von 1 abgezogen, bleibt $\frac{7}{12}$. Soll man aber $\frac{3}{4}$ von 2 abziehen, so schreibe man für 2 nur 1 und $\frac{4}{4}$, da dann 1 und $\frac{1}{4}$ übrig bleibt. Übrigens ist bekannt, daß wann ein Bruch zu einer ganzen Zahl addirt werden soll, man denselben nur schlechthin dahinter schreibe; als $\frac{2}{3}$ zu 6 addirt, giebt $6\frac{2}{3}$.

100.

Bisweilen geschieht es auch, daß 2 oder mehr Brüche zusammen addirt, mehr als ein Gantzes ausmachen, welches sodann bemerckt werden muß: als $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$, oder $\frac{8}{12}+\frac{9}{12}$ giebt $\frac{17}{12}$, welches so viel ist als $1\frac{5}{12}$. Eben so wann mehrere gantze Zahlen und Brüche addirt werden sollen, so addirt man erst die Brüche und wann ihre Summa 1 oder mehr gantze enthält, so werden dieselben hernach mit den gantzen Zahlen addirt z. E. es wäre $3\frac{1}{2}$ und $2\frac{2}{3}$ zu addiren; so machen erstlich die Brüche $\frac{3}{6}$ und $\frac{4}{6}$ zusammen $\frac{7}{6}$, oder $1\frac{1}{6}$, welches mit den Gantzen 6 und $\frac{1}{6}$ ausmacht.

CAPITEL 10

VON DER MULTIPLICATION UND DIVISION

101.

Wann ein Bruch mit einer gantzen Zahl multiplicirt werden soll, so multiplicirt man damit nur den Zehler, und läßt den Nenner ohnverändert; also

2 mal $\frac{1}{2}$ macht $\frac{2}{2}$, oder ein Gantzes;

2 mal $\frac{1}{3}$ macht $\frac{2}{3}$; ferner 3 mal $\frac{1}{6}$ macht $\frac{3}{6}$ oder $\frac{1}{2}$;

4 mal $\frac{5}{12}$ macht $\frac{20}{12}$, oder 1 und $\frac{8}{12}$, oder $1\frac{2}{3}$.

Man schließt hieraus die Regel, daß ein Bruch mit einer gantzen Zahl multiplicirt wird, wann man entweder den Zehler damit multiplicirt oder auch den Nenner durch die ganze Zahl dividirt, welches letztere, wann es angeht, die Rechnung abkürtzt. Z. E. es soll $\frac{8}{9}$ mit 3 multiplicirt werden, so kommt wenn der Zehler mit der ganzen Zahl multiplicirt wird $\frac{24}{9}$ heraus, welches so viel ist als $\frac{8}{3}$; laße ich aber den Zehler unverändert und dividire den Nenner 9 durch 3, so bekomme ich auch $\frac{8}{3}$; das ist 2 und $\frac{2}{3}$. Eben so $\frac{13}{24}$ mit 6 multiplicirt giebt $\frac{13}{4}$ oder $3\frac{1}{4}$.