CAPITEL 6

VON DEN EIGENSCHAFTEN DER GANTZEN ZAHLEN IN ANSEHUNG IHRER THEILER

58.

Da wir gesehen haben, daß sich einige Zahlen durch gewiße Divisores theilen laßen, andere aber nicht, so ist zur Erkänntniß der Zahlen nöthig, diesen Unterschied wohl zu bemercken, und diejenigen Zahlen die sich durch irgend einen Divisor theilen laßen, von denjenigen die sich dadurch nicht theilen laßen, wohl zu unterscheiden, und zugleich auch den Rest, welcher bey der Division der letztern übrig bleibt, wohl anzumercken; zu welchem Ende wir die Divisores,

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,

und so fort, betrachten wollen.

59.

Es sey erstlich der Divisor 2; die Zahlen also, welche sich dadurch theilen laßen, sind folgende:

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, u. s. f.

welche denn so fort immer um 2 steigen. Diese Zahlen werden insgesamt *gerade Zahlen* genennt.

Hingegen die übrigen Zahlen

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, u. s. f.

welche sich durch 2 nicht theilen laßen, ohne daß nicht 1 im Reste bliebe, werden *ungerade Zahlen* genennt, und sind also immer um eins größer oder kleiner als die gerade Zahlen. Die gerade Zahlen können nun alle in dieser allgemeinen Formel $2a$ begriffen werden, weil wann man für a nach und nach alle Zahlen annimt, als 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, u. s. f., daraus alle gerade Zahlen entspringen. Hingegen sind alle ungerade Zahlen in dieser Formel $2a+1$ enthalten, weil $2a+1$ um 1 größer ist als die gerade Zahl $2a$.

60.

Zweytens. Es sey der Divisor 3, so sind alle Zahlen welche sich dadurch theilen laßen folgende:

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, u. s. f.

welche durch diese Formel $3a$ vorgestellt werden können. Dann $3a$, durch 3 dividirt giebt a zum Quotus, ohne Rest; die übrigen Zahlen aber, wann man sie durch 3 theilen will, laßen entweder 1, oder 2, zum Rest übrig, und sind also von zweyerley Art. Die welche 1 übrig laßen, sind folgende:

$$1,\ 4,\ 7,\ 10,\ 13,\ 16,\ 19,\ \text{u. s. f.}$$

und sind in dieser Formel $3a+1$, enthalten. Die von der andern Art welche 2 übrig laßen sind folgende:

$$2,\ 5,\ 8,\ 11,\ 14,\ 17,\ 20,\ \text{u. s. f.}$$

welche alle in dieser Formel $3a+2$, enthalten sind: also daß alle Zahlen entweder in der Formel $3a$, oder in dieser $3a+1$, oder in dieser $3a+2$, enthalten sind.

61.

Wann ferner der Divisor 4 ist, so sind alle Zahlen, die sich dadurch theilen laßen, folgende:

$$4,\ 8,\ 12,\ 16,\ 20,\ 24,\ \text{u. s. f.}$$

welche immer um 4 steigen, und in der Formel $4a$ enthalten sind. Die übrigen Zahlen aber, welche sich durch 4 nicht theilen laßen, laßen entweder 1 zum Rest und sind um 1 größer als jene, nehmlich:

$$1,\ 5,\ 9,\ 13,\ 17,\ 21,\ 25,\ \text{u. s. f.}$$

welche folglich in dieser Formel $4a+1$, enthalten sind. Oder sie laßen 2 zum Rest, als:

$$2,\ 6,\ 10,\ 14,\ 18,\ 22,\ 26,\ \text{u. s. f.}$$

und sind in der Formel $4a+2$, enthalten.

Oder endlich bleibt 3 zum Rest übrig, solche Zahlen sind folgende:

$$3,\ 7,\ 11,\ 15,\ 19,\ 23,\ 27,\ \text{u. s. f.}$$

und sind in dieser Formel $4a+3$, enthalten, so daß alle Zahlen in einer von diesen vier Formeln

$$4a,\quad 4a+1,\quad 4a+2,\quad 4a+3,$$

enthalten sind.

62.

Eben so verhält sich die Sache mit dem Divisor 5, da alle Zahlen, welche sich dadurch theilen laßen, in der Formel $5a$ enthalten sind; diejenigen aber, welche sich dadurch nicht theilen laßen, sind entweder:

$$5a+1, \quad 5a+2, \quad 5a+3, \quad \text{oder} \quad 5a+4,$$

und so kan man weiter zu allen größern Divisoren fortschreiten.

63.

Hierbey kommt nun zu statten, was oben von der Auflösung der Zahlen in ihre einfache Factores vorgebracht worden, weil eine jegliche Zahl, unter deren Factoren sich entweder:

$$2, \quad \text{oder } 3, \quad \text{oder } 4, \quad \text{oder } 5, \quad \text{oder } 7,$$

oder eine andere Zahl befindet, sich auch durch dieselbe theilen läßt: da zum Exempel

$$60 \text{ so viel ist als: } 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5,$$

so ist klar, daß sich 60 durch 2, durch 3 und auch durch 5 theilen laße.

64.

Da hernach überhaupt die Formel $abcd$ sich nicht nur durch a und b und c und d, sondern auch durch folgende

$ab,\ ac,\ ad,\ bc,\ bd,\ cd,$ ferner auch durch
$abc,\ abd,\ acd,\ bcd,$ und endlich auch durch
$abcd,$ das ist durch sich selbst, theilen läßt,

so läßt sich gleichfals 60 das ist $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$, außer den einfachen Zahlen, auch durch die theilen, die aus zwey einfachen zusammen gesetzt sind, nehmlich durch 4, 6, 10, 15, ferner auch durch die welche aus dreien bestehen, als 12, 20, 30, und endlich auch durch 60, das ist durch sich selbst.

65.

Wann man also eine jegliche beliebige Zahl durch ihre einfache Factores vorgestellt hat, so ist es sehr leicht alle diejenigen Zahlen anzuzeigen, wodurch sich dieselbe theilen läßt. Dann man darf nur erstlich einen jeden von den einfachen Factoren für sich selbst nehmen, hernach, je zwey, je drey, je vier, und so fort mit einander multipliciren bis man auf die vorgegebene Zahl selbst kommt.

66.

Vor allen Dingen ist hier zu mercken, daß sich eine jede Zahl durch 1 theilen laße, so wie sich auch eine jede Zahl durch sich selbst theilen läst; also daß eine jede Zahl zum wenigsten zwey Theiler oder Divisores hat, nemlich 1, und sich selbsten; welche Zahlen nun außer diesen beyden Theilern, keine andere haben, sind eben diejenigen, welche oben sind einfache oder Prim-Zahlen genennt worden.

Alle zusammen gesetzte Zahlen aber haben außer 1 und sich selbsten, noch andere Divisores, wie aus folgender Tafel zu sehen ist, wo unter jeder Zahl alle ihre Theiler sind gesetzt worden.

Tafel

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2	3	2	5	2	7	2	3	2	11	2	13	2	3	2	17	2	19	2
			4		3		4	9	5		3		7	5	4		3		4
					6		8		10		4		14	15	8		6		5
											6				16		9		10
											12						18		20
1	2	2	3	2	4	2	4	3	4	2	6	2	4	4	5	2	6	2	6
p.	p.	p.		p.		p.				p.		p.				p.		p.	

67.

Endlich ist noch zu mercken daß 0 als eine solche Zahl angesehen werden kann, welche sich durch alle möglichen Zahlen theilen läßt; weil wann man 0 durch eine jegliche Zahl als a theilen soll, der Quotus immer 0 ist, dann 0 mal a, oder $0\,a$ ist 0: weil es wohl zu mercken ist, daß eine jede Zahl mit 0 multiplicirt nichts heraus bringe.