50 Fuß, die andre aber 49 Fuß lang ist, so wird man leicht begreiffen, daß man unendlich viel andre Linien ziehen kan, welche alle länger als 49 und doch kürtzer als 50 Fuß sind.

21.

Dieser Begriff von den verneinenden oder negativen Größen ist um so viel sorgfältiger zu bemercken, da derselbe in der gantzen Algebra von der größten Wichtigkeit ist. Hier wird genung seyn zum voraus zu bemercken, daß diese Formel, z. E.

$$+1-1, \quad +2-2, \quad +3-3, \quad +4-4, \text{ u. s. f.}$$

alle so viel sind als 0, oder nichts; ferner, daß z. Ex. $+2-5$ so viel ist als -3, weil wann einer 2 Rbl. hat, und 5 Rbl. schuldig ist, so hat er nicht nur nichts, sondern bleibt noch 3 Rbl. schuldig; eben so ist

$$7-12 \text{ so viel als } -5$$
$$25-40 \text{ so viel als } -15.$$

22.

Eben dieses ist auch zu beobachten, wann auf eine allgemeine Art anstatt der Zahlen Buchstaben gebraucht werden, da dann immer $+a-a$ so viel ist als 0 oder nichts. Hernach wann man wißen will, was z. E. $+a-b$ bedeute, so sind zwey Fälle zu erwegen.

Der 1te ist, wann a größer als b, da subtrahiret man b von a, und der Rest positiv genommen ist der gesuchte Werth.

Der 2te ist, wann a kleiner als b, da subtrahiret man a von b, und der Rest negativ genommen, oder das Zeichen *minus* — vorgesetzt, zeigt den gesuchten Werth an.

CAPITEL 3

VON DER MULTIPLICATION MIT EINFACHEN GRÖSSEN

23.

Wann zwey, oder mehr gleiche Zahlen zusammen addirt werden, so läßt sich die Summe auf eine kürtzere Art ausdrücken also ist:

$a+a$ so viel als $2 \cdot a$, und
$a+a+a$ „ „ „ $3 \cdot a$, ferner
$a+a+a+a$ „ „ „ $4 \cdot a$, und so weiter.

Woraus der Begriff von der Multiplication entspringt, nehmlich da

$2 \cdot a$ so viel ist, als 2 mal a, und

$3 \cdot a$ so viel als 3 mal a, ferner

$4 \cdot a$ so viel als 4 mal a, u. s. fort.

24.

Wann also eine durch einen Buchstaben ausgedruckte Zahl mit einer beliebigen Zahl multipliciret werden soll, so wird die Zahl blos vor den Buchstaben geschrieben; also,

a mit 20 mult. giebt $20a$, und

b mit 30 mult. giebt $30b$, etc.

Solcher gestalt ist ein c, einmahl genommen, oder $1c$, so viel als c.

25.

Dergleichen Producte können auch noch weiter leicht mit andern Zahlen multipliciret werden, als z. E.

2 mal $3a$ macht $6a$

3 mal $4b$ macht $12b$

5 mal $7x$ macht $35x$,

welche noch ferner mit Zahlen nach Belieben können multipliciret werden.

26.

Wann die Zahl mit welcher multipliciret werden soll, auch durch einen Buchstaben vorgestelt wird, so wird derselbe dem andern Buchstaben unmittelbar vorgesetzt; also wann b mit a multipliciret werden soll, so heißt das Product ab, und pq ist das Product welches entsteht wann man die Zahl q mit p multiplicirt. Will man pq noch ferner mit a multipliciren so kömmt heraus apq.

27.

Hiebey ist wohl zu mercken, daß es auch hier nicht auf die Ordnung der an einander gesetzten Buchstaben ankomme, indem ab eben so viel ist als ba; oder b und a mit einander multiplicirt, macht eben so viel als a mit b

multiplicirt. Um dieses zu begreifen darf man nur für a und b bekannte Zahlen, als 3 und 4 nehmen, so giebt es sich von selbsten: nehmlich 3 mal 4 ist eben so viel, als 4 mal 3.

28.

Wann anstatt der Buchstaben welche unmittelbar an einander geschrieben sind, würckliche Zahlen sollen gesetzt werden, so sieht man leicht, daß dieselben alsdann nicht unmittelbar hinter einander geschrieben werden können. Dann wann man vor 3 mal 4 schreiben wollte 34, so würde solches nicht zwölff sondern vier und dreissig heißen. Wann derowegen eine Multiplication mit bloßen Zahlen angedeutet werden soll, so pflegt man einen Punct zwischen dieselben zu setzen: also $3 \cdot 4$ bedeutet 3 mal 4, das ist 12, eben so ist $1 \cdot 2$ so viel als 2 und $1 \cdot 2 \cdot 3$ ist 6; ferner $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 56$ ist 1344 und $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$ ist 3628800 u. s. f.

29.

Hieraus ergiebt sich nun auch was eine solche Formul $5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot abcd$ bedeute; nehmlich 5 wird erstlich mit 7 multipliciret, das Product ferner mit 8, dieses Product hernach mit a, und dieses wieder mit b, sodann mit c, und endlich mit d multipliciret; wobey zu mercken, daß anstatt $5 \cdot 7 \cdot 8$, der Werth davon, nemlich die Zahl 5 mal 7, ist 35, und 8 mal 35, ist 280, geschrieben werden kan.

30.

Ferner ist zu mercken, daß solche Formeln die aus der Multiplication mehrerer Zahlen entstehen, Producte genennt werden. Zahlen oder Buchstaben aber, welche einzeln sind, pflegt man Factores zu nennen.

31.

Bis hierher haben wir nur positive Zahlen betrachtet, und da ist gar kein Zweifel, daß die daher entstehenden Producte nicht auch positive seyn sollten: nehmlich $+a$ mit $+b$ multipliciret giebt ohnstreitig $+ab$; was aber herauskomme, wann $+a$ mit $-b$ oder $-a$ mit $-b$ multipliciret werde, erfordert eine besondere Erörterung.

32.

Wir wollen erstlich $-a$ mit 3, oder $+3$, multipliciren; weil nun $-a$ als eine Schuld angesehen werden kann, so ist offenbar, daß wann diese

Schuld 3mal genommen wird, dieselbe auch 3mal größer werden müße, folglich wird das gesuchte Product $-3a$ seyn. Eben so wann $-a$ mit b das ist $+b$ multiplicirt werden soll, so wird heraus kommen $-ba$, oder welches einerley $-ab$. Hieraus machen wir den Schluß, daß wann eine positive Größe mit einer negativen multiplicirt werden soll, das Product negativ werde; woher diese Regul gemacht wird, $+$ mit $+$ giebt $+$ oder *plus*. Hingegen $+$ mit $-$, oder $-$ mit $+$ multipliciret giebt $-$ oder *minus*.

33.

Nun ist also noch dieser Fall zu bestimmen übrig: nehmlich wann $-$ mit $-$ multiplicirt wird, oder $-a$ mit $-b$. Hierbey ist zuerst klar, daß das Product in Ansehung der Buchstaben heißen werde, ab; ob aber das Zeichen $+$ oder $-$ dafür zu setzen sey, ist noch ungewiß, so viel aber ist gewiß, daß es entweder das eine, oder andere seyn muß. Nun aber, sage ich, kan es nicht das Zeichen $-$ seyn. Dann $-a$ mit $+b$ mult. giebt $-ab$, und also $-a$ mit $-b$ mult. kann nicht eben das geben was $-a$ mit $+b$ giebt, sondern es muß das Gegentheil herauskommen, welches nehmlich heißt, $+ab$. Hieraus entsteht diese Regul, $-$ mit $-$ multiplicirt giebt $+$ eben so wohl als $+$ mit $+$.

34.

Diese Regeln pflegen zusammengezogen und kürtzlich mit diesen Worten ausgedruckt zu werden: Zwey gleiche Zeichen mit ein ander multipliciret geben $+$, zwey ungleiche Zeichen aber geben $-$. Wann also zum Ex. diese Zahlen

$$+a, \quad -b, \quad -c, \quad +d$$

mit einander multiplicirt werden sollen, so giebt erstlich $+a$ mit $-b$ mult. $-ab$, dieses mit $-c$, giebt $+abc$, und dieses endlich mit $+d$, giebt $+abcd$.

35.

Da nun die Sache in Ansehung der Zeichen keine Schwierigkeit hat, so ist noch übrig zu zeigen wie zwey Zahlen, die schon selbsten Producte sind, mit ein ander multiplicirt werden sollen. Wann die Zahl ab mit der Zahl cd multiplicirt werden soll, so ist das Product $abcd$, und entsteht also wann man erstlich ab mit c, und das, was man durch die Multiplication gefunden, ferner mit d multiplicirt. Oder also, wann man z. E. die Zahl 36 mit 12 multipliciren soll: weil 12 ist 3 mal 4, so hat man nur nöthig 36 erstlich mit 3 zu multipliciren und das gefundene, nemlich 108 ferner mit 4 zu multipliciren. Da man dann erhält:

432, welches so viel ist als 12 mahl 36.

36.

Wollte man aber $5ab$ mit $3cd$ multipliciren, so könte man auch wohl setzen $3cd\ 5ab$: da es aber hier eben nicht auf die Ordnung derer mit einander multiplicirten Zahlen ankommt, so pflegt man die bloße Zahlen zuerst zu setzen und schreibt für das Product $5 \cdot 3\,abcd$, oder $15abcd$, weil 5 mahl 3 so viel ist als 15.

Eben so wann $12pqr$ mit $7xy$ multiplicirt werden sollte, so erhält man $12 \cdot 7pqrxy$, oder $84pqrxy$.

CAPITEL 4

VON DER NATUR DER GANTZEN ZAHLEN IN ABSICHT AUF IHRE FACTOREN

37.

Wir haben bemerckt, daß ein Product aus 2 oder mehr mit einander multiplicirten Zahlen entstehe. Diese Zahlen werden die *Factores* davon genennt.

Also sind die Factores des Products $abcd$ die Zahlen a, b, c, d.

38.

Zieht man nun alle gantze Zahlen in Betrachtung, in so fern dieselben durch die Multiplication zweyer oder mehrerer Zahlen entstehen können, so wird man bald finden, daß einige gar nicht durch die Multiplication entspringen können und also keine Factoren haben, andere aber aus 2 und auch mehr Zahlen mit einander mult. entstehen können, folglich 2 oder mehr Factores haben; also ist:

4 so viel als $2 \cdot 2$, ferner 6 so viel als $2 \cdot 3$, und

8 so viel als $2 \cdot 2 \cdot 2$, ferner 27 so viel als $3 \cdot 3 \cdot 3$, und

10 so viel als $2 \cdot 5$, und so fort.