7.

Von den Zahlen insbesondere handelt die Arithmetic oder Rechenkunst, allein dieselbe erstreckt sich nur auf gewiße Rechnungs-Arten, welche im gemeinen Leben öffters vorkommen; hingegen begreift die Analytic auf eine allgemeine Art alles dasjenige in sich, was bey den Zahlen und derselben Berechnung auch immer vorfallen mag.

CAPITEL 2

ERKLÄRUNG DERER ZEICHEN + PLUS UND – MINUS

8.

Wann zu einer Zahl eine andere hinzugesetzt oder addirt werden soll, so wird solches durch das Zeichen $+$ angedeutet, welches der Zahl vorgesetzt und *plus* ausgesprochen wird.

Also wird durch $5+3$ angedeutet, daß zu der Zahl 5 noch 3 addirt werden sollen, da man dann weis, daß 8 heraus komme; eben so z. E.

$12+7$ ist 19; $25+16$ ist 41 und $25+41$ ist 66 etc.

9.

Durch dieses Zeichen $+$ *plus* pflegen auch mehrere Zahlen verbunden zu werden, als z. E.

$7+5+9$ wodurch angezeigt wird, daß zu der Zahl 7 noch 5, und über dieses noch 9 addirt werden sollen, welches 21 ausmacht. Hieraus versteht man was nachstehende Formel bedeutet, als:

$$8+5+13+11+1+3+10,$$

nemlich die Summa aller dieser Zahlen, welche beträgt 51.

10.

Wie dieses für sich klar ist, so ist noch zu mercken, daß auf eine allgemeine Art die Zahlen durch Buchstaben, als $a, b, c, d,$ etc. angedeutet werden, wann man also schreibt $a+b$, so bedeutet dieses die Summe der beyden Zahlen, welche durch a und b ausgedruckt werden, dieselben mögen nun so groß oder klein seyn als sie wollen. Eben so bedeutet $f + m + b + x$ die Summe der Zahlen, welche durch diese Buchstaben ausgedruckt werden.

In einem jeglichen Fall also, wann man nur weis, was für Zahlen durch solche Buchstaben angedeutet werden, findet man durch die Rechenkunst die Summe oder den Werth dergleichen Formeln.

11.

Wann hingegen von einer Zahl eine andere weggenommen werden soll, oder subtrahirt wird, so wird solches durch das Zeichen — *minus* angedeutet, welches so viel als weniger ist, und derselben Zahl welche weggenommen wird, vorgesetzt wird:

Also bedeutet $8 - 5$

daß von der Zahl 8 die Zahl 5 soll weggenommen werden, da dann wie bekannt ist 3 übrig bleibt. Eben so ist

$12 - 7$ so viel als 5, und $20 - 14$ so viel als 6, etc.

12.

Es kann auch geschehen, daß von einer Zahl mehr Zahlen sollen zugleich subtrahiret werden, als z. E.:

$$50 - 1 - 3 - 5 - 7 - 9.$$

Welches also zu verstehen ist: nimmt man zuerst 1 von 50 weg, bleiben 49; davon 3 weggenommen, bleiben 46; davon 5, bleiben 41; davon 7 weg, bleiben 34; davon die letzten 9 weggenommen, bleiben 25; welches der Werth der vorgegebenen Formel ist. Aber da die Zahlen 1, 3, 5, 7, 9, insgesammt weggenommen werden sollen, so ist es eben so viel, als wann man ihre Summe nemlich 25 auf einmal von 50 abzieht, da dann, wie vorher, 25 übrig bleiben.

13.

Eben so läßt sich auch leicht der Werth solcher Formeln bestimmen, in welchen beyde Zeichen + *plus* und — *minus* vorkommen; als z. E.

$12 - 3 - 5 + 2 - 1$ ist so viel als 5.

Oder man darf nur die Summe derer Zahlen die + vor sich haben, besonders nehmen, als:

$12 + 2$ machen 14, und davon die Summe aller Zahlen die — vor sich haben, welche sind 3, 5, 1,

das ist 9 abziehen, da dann wie vorher gefunden wird 5.

14.

Hieraus ist klar, daß es hierbey gar nicht auf die Ordnung der hergesetzten Zahlen ankomme, sondern daß man dieselben nach Belieben versetzen könne, wann nur eine jede das ihr vorstehende Zeichen behält; also, anstatt der obigen Formel kan man setzen

$12 + 2 - 5 - 3 - 1$, oder $2 - 1 - 3 - 5 + 12$, oder $2 + 12 - 3 - 1 - 5$;

wobey aber zu mercken daß in obiger Formel vor der Zahl 12 das Zeichen + vorgesetzt verstanden werden muß.

15.

Wann nun die Sache allgemein zu machen, anstatt der würcklichen Zahlen, Buchstaben gebraucht werden, so begreift man auch leicht die Bedeutung davon, als z. E.

$a - b - c + d - e$ deutet an, daß die durch die Buchstaben a und d ausgedruckte Zahlen hergelegt werden, und davon die übrigen $b, c, e,$ welche das Zeichen — haben insgesammt weggenommen werden müßen.

16.

Hier kommt also die Hauptsache darauf an, was für ein Zeichen eine jegliche Zahl vor sich stehen hat; daher pflegt man in der Algebra die Zahlen mit ihren vorstehenden Zeichen, als einzelne Größen zu betrachten, und diejenigen welche das Zeichen + vor sich haben, bejahende oder positive Größen zu nennen; diejenigen aber welche das Zeichen — vor sich haben, werden verneinende oder negative Größen genennet.

17.

Dieses läßt sich schön durch die Art erläutern, wie das Vermögen einer Person pflegt angezeigt zu werden; da dasjenige, was sie würcklich besitzt durch positive Zahlen mit dem Zeichen + *plus*, dasjenige aber was sie schuldig ist, durch negative Zahlen mit dem Zeichen — *minus* ausgedruckt wird. Also wann jemand 100 Rubel hat, dabey aber 50 schuldig ist, so wird sein Vermögen seyn

$$100 - 50, \quad \text{oder welches einerley,}$$

$$+100 - 50, \quad \text{das ist } 50.$$

18.

Da nun die negative Zahlen als Schulden betrachtet werden können, in so fern die positive Zahlen die würckliche Besitzungen anzeigen, so kann man sagen, daß die negative Zahlen weniger sind als nichts; also wenn einer nichts im Vermögen hat und noch darzu 50 Rub. schuldig ist, so hat er würcklich 50 Rub. weniger als nichts; dann wann ihm jemand 50 Rub. schencken sollte um seine Schulden zu bezahlen, so würde er alsdann erst nichts haben, da er doch jetzt mehr hatte als vorher.

19.

Wie nun die positive Zahlen ohnstreitig größer als nichts, so sind die negative Zahlen kleiner als nichts. Die positive Zahlen aber entstehen, wann man erstlich zu 0, oder nichts, immerfort eines zusetzt, da dann die Reihe der sogenannten natürlichen Zahlen entspringt, nehmlich

$$0,\ +1,\ +2,\ +3,\ +4,\ +5,\ +6,\ +7,\ +8,\ +9,\ +10,$$

und so fort ins unendliche.

Wird aber diese Reihe rückwärts fortgesetzt, und immer eins mehr weggenommen, so entspringt folgende Reihe der negativen Zahlen

$$0,\ -1,\ -2,\ -3,\ -4,\ -5,\ -6,\ -7,\ -8,\ -9,\ -10,$$

und so fort ohne Ende.

20.

Alle diese Zahlen, so wohl positive als negative, führen den bekannten Nahmen der gantzen Zahlen, welche also entweder größer oder kleiner sind als nichts. Man nennt dieselbe gantze Zahlen um sie von den gebrochenen, und noch vielerley andern Zahlen, wovon unten gehandelt werden wird, zu unterscheiden. Dann da zum Exempel 50 um ein gantzes größer ist als 49, so begreift man leicht, daß zwischen 49 und 50 noch unendlich viel Mittel-Zahlen statt finden können, welche alle größer als 49, und doch alle kleiner als 50 sind. Man darf sich zu diesem Ende nur 2 Linien vorstellen, deren eine

50 Fuß, die andre aber 49 Fuß lang ist, so wird man leicht begreiffen, daß man unendlich viel andre Linien ziehen kan, welche alle länger als 49 und doch kürtzer als 50 Fuß sind.

21.

Dieser Begriff von den verneinenden oder negativen Größen ist um so viel sorgfältiger zu bemercken, da derselbe in der gantzen Algebra von der größten Wichtigkeit ist. Hier wird genung seyn zum voraus zu bemercken, daß diese Formel, z. E.

$$+1-1, \quad +2-2, \quad +3-3, \quad +4-4, \text{ u. s. f.}$$

alle so viel sind als 0, oder nichts; ferner, daß z. Ex. $+2-5$ so viel ist als -3, weil wann einer 2 Rbl. hat, und 5 Rbl. schuldig ist, so hat er nicht nur nichts, sondern bleibt noch 3 Rbl. schuldig; eben so ist

$$7-12 \text{ so viel als } -5$$
$$25-40 \text{ so viel als } -15.$$

22.

Eben dieses ist auch zu beobachten, wann auf eine allgemeine Art anstatt der Zahlen Buchstaben gebraucht werden, da dann immer $+a-a$ so viel ist als 0 oder nichts. Hernach wann man wißen will, was z. E. $+a-b$ bedeute, so sind zwey Fälle zu erwegen.

Der 1te ist, wann a größer als b, da subtrahiret man b von a, und der Rest positiv genommen ist der gesuchte Werth.

Der 2te ist, wann a kleiner als b, da subtrahiret man a von b, und der Rest negativ genommen, oder das Zeichen *minus* — vorgesetzt, zeigt den gesuchten Werth an.

CAPITEL 3

VON DER MULTIPLICATION MIT EINFACHEN GRÖSSEN

23.

Wann zwey, oder mehr gleiche Zahlen zusammen addirt werden, so läßt sich die Summe auf eine kürtzere Art ausdrücken also ist:

$$\begin{array}{lll} a+a & \text{so viel als} & 2\cdot a, \text{ und} \\ a+a+a & \text{„ \ „ \ „} & 3\cdot a, \text{ ferner} \\ a+a+a+a & \text{„ \ „ \ „} & 4\cdot a, \text{ und so weiter.} \end{array}$$