CAPITEL 14

VON DEN CUBIC-ZAHLEN

152.

Wann eine Zahl dreymal mit sich selbst, oder ihr Quadrat nochmahls mit derselben Zahl multiplicirt wird, so wird das Product ein *Cubus* oder eine *Cubic-Zahl* genennet. Also ist von der Zahl a der Cubus aaa, welcher entsteht, wann die Zahl a mit sich selbsten nemlich mit a, und das Quadrat derselben aa nochmals mit der Zahl a multiplicirt wird.

Also sind die Cubi von den natürlichen Zahlen folgende,

Zahlen	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	10
Cubus	1,	8,	27,	64,	125,	216,	343,	512,	729,	1000

153.

Wann wir bey diesen Cubic-Zahlen ihre Differenzen, wie bey den Quadrat-Zahlen geschehen, in Betrachtung ziehen, indem wir eine jede von der folgenden subtrahiren, so bekommen wir folgende Reihe von Zahlen wobey wir noch keine Ordnung bemercken,

7, 19, 37, 61, 91, 127, 169, 217, 271;

wann wir aber von denselben noch ferner die Differenzen nehmen, so erhalten wir folgende Reihe Zahlen welche offenbar immer um 6 steigen; als:

12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54.

154.

Solcher gestalt wird man auch leicht die Cubos von Brüchen finden können: also ist von $\frac{1}{2}$ der Cubus $\frac{1}{8}$; von $\frac{1}{3}$ ist er $\frac{1}{27}$, von $\frac{2}{3}$ ist er $\frac{8}{27}$. Man darf nemlich nur besonders vom Zähler und Nenner die Cubos nehmen. Also vom Bruch $\frac{3}{4}$ wird der Cubus seyn $\frac{27}{64}$.

155.

Wann von einer vermischten Zahl der Cubus gefunden werden soll, so muß dieselbe erstlich in einen einzeln Bruch verwandelt werden, da dann die Rechnung leicht angestellet wird. Also von der Zahl $1\frac{1}{2}$ wird es leicht seyn den Cubum zu finden: dann da $1\frac{1}{2}$ zu einen einzeln Bruch gebracht $\frac{3}{2}$ ist, so wird der Cubus von $\frac{3}{2}$ seyn $\frac{27}{8}$ das ist 3 und $\frac{3}{8}$. Eben so von der Zahl $1\frac{1}{4}$ oder $\frac{5}{4}$ ist der Cubus $\frac{125}{64}$, das ist 1 und $\frac{61}{64}$. Ferner von der Zahl $3\frac{1}{4}$ oder $\frac{13}{4}$ ist der Cubus $\frac{2197}{64}$, welches giebt $34\frac{21}{64}$.

156.

Da von der Zahl a der Cubus aaa ist, so wird von der Zahl ab der Cubus seyn $aaabbb$; woraus man sieht, daß wann die Zahl zwey oder mehr Factores hat, der Cubus davon gefunden werde, wann man die Cubos von jeglichen Factoren mit einander multiplicirt. Also z. E.: weil 12 so viel ist als $3 \cdot 4$, so multiplicirt man den Cubus von 3 welcher ist 27, mit dem Cubus von 4, welcher ist 64, so bekommt man 1728, und dieses ist der Cubus von 12. Hieraus ist ferner klar, daß der Cubus von $2a$ ist $8aaa$ und also 8mal größer, als der Cubus von a; eben so ist von $3a$ der Cubus $27aaa$ und also 27mal größer als der Cubus von a.

157.

Ziehen wir nun auch die Zeichen $+$ und $-$ in Betrachtung, so ist für sich klar, daß von einer Positiv-Zahl $+a$ der Cubus $+aaa$ und folglich auch Positiv seyn müße. Wann aber von einer Negativ-Zahl, als $-a$, der Cubus genommen werden soll, so nehme man erstlich das Quadrat, welches ist $+aa$, und da solches nochmals mit $-a$ multiplicirt werden soll, so wird der gesuchte Cubus seyn $-aaa$ und wird folglich auch Negativ seyn. Dahero es mit den Cubis eine gantz andere Bewantniß hat als mit den Quadraten, welche allezeit Positiv herauskommen. Also ist von -1, der Cubus -1, von -2, der Cubus -8; von -3 ist er -27, und so fort.